Exercice 1 :

1- $u_0=0$ $u_1=13$ $u_2=26$ $u_3=39$

2- $u_{n+1}=u_n+13$ de la forme u_n+r . C'est une suite arithmétique de raison 13 et de premier terme $u_0=0$.

u_n en fonction de n $u_n=u_0+13n$.

3- Somme des 30 premiers termes soit pour $n = 29$. 1er terme $u_0=0$ dernier terme $u_{29}=13\times 29=377$

$S=\frac{(n+1)}{2}\ (u_0+u_n)=\frac{30}{2}\times 377=5655$.

Exercice 2 :

1- Augmenter le prix de 8% cela revient à multiplier par 1 + 0,08 = 1,08 chaque année.

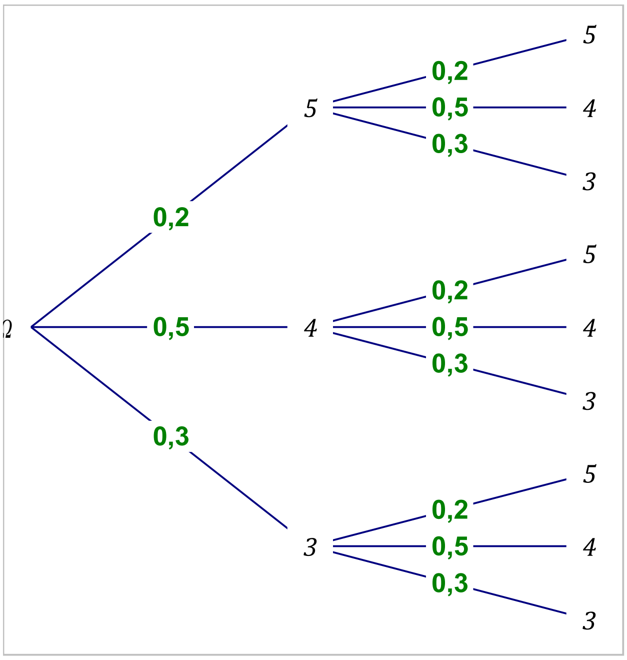
2- D'après le 1- $u_{n+1}=1{,}08\,u_n$. C'est une suite géométrique de raison 1,08 et de premier terme $u_0=10$.

3- a) On cherche à savoir au bout de combien d'années le prix du produit aura doublé : ligne 7 : $u\leqslant 20$ ligne 9 : $u*1{,}08$

b) A la calculatrice $u_9\approx 19{,}99$ $u_{10}\approx 21{,}59$ donc $n = 10$.

Exercice 3 :

1-



Issues	Probabilités	X prend la valeur
(5 ; 5)	$0{,}2\times 0{,}2=0{,}04$	5 + 5 = 10
(5 ; 4)	$0{,}2\times 0{,}5=0{,}1$	5 + 4 = 9
(5 ; 3)	$0{,}2\times 0{,}3=0{,}06$	5 + 3 = 8
(4 ; 5)	$0{,}5\times 0{,}2=0{,}1$	4 + 5 = 9
(4 ; 4)	$0{,}5\times 0{,}5=0{,}25$	4 + 4 = 8
(4 ; 3)	$0{,}5\times 0{,}3=0{,}15$	4 + 3 = 7
(3 ; 5)	$0{,}3\times 0{,}2=0{,}06$	3 + 5 = 8
(3 ; 4)	$0{,}5\times 0{,}3=0{,}15$	3 + 4 = 7
(3 ; 3)	$0{,}3\times 0{,}3=0{,}09$	3 + 3 = 6

2- La variable aléatoire X peut prendre les valeurs 6, 7, 8, 9, et 10.

On répète 2 expériences identiques et indépendantes, donc la probabilité d'une issue est le produit des probabilités.

$P(X=6)=P(\{(3;3)\})=0{,}09$;
$P(X=7)=P(\{(4;3)\}+\{(3;4)\})=0{,}15\times 2=0{,}3$;
$P(X=8)=P(\{5;3)\}+\{(4;4)\}+\{(3;5)\}=0{,}06+0{,}25+0{,}06=0{,}37$;
$P(X=9)=P(\{(5;4)\}+\{(4;5)\})=0{,}1+0{,}1=0{,}2$;
$P(X=10)=P(\{5;5)\}=0{,}04$

x_i	6	7	8	9	10	Total
$P(X=x_i)$	0,09	0,3	0,37	0,2	0,04	1

3- L'espérance est : $E(X)=6\times 0{,}09+7\times 0{,}3+8\times 0{,}37+9\times 0{,}2+10\times 0{,}04=7{,}8$

Exercice 4 :

1- a) f est une fonction polynôme donc définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. $f'(x)=-3x^2+2x+1$

b) $f'(x)$ est un polynôme du second degré :discriminant $\Delta=2^2-4\times(-3)\times1=16$ $\Delta>0$ $f'(x)$ admet deux racines

$x_1=\dfrac{-2+4}{2\times(-3)}=-\dfrac{1}{3}$ $x_2=\dfrac{-2-4}{2\times(-3)}=1$. Signe de $f'(x)$: a = - 3 donc $f'(x)$ est négatif à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
signe de f ' (x)		-	0	+	0	-	
variations de f		↘	$-\frac{140}{27}$	↗	- 4	↘	

c) Les extremums locaux de f sont : $-\dfrac{140}{27}$ pour le minimum et – 4 pour le maximum.

2- L'équation de la tangente au point d'abscisse - 1 a pour coefficient directeur $f'(-1)$.

(T) $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$; (T) $y=-4x-8$

3- La tangente est parallèle à (d) si et seulement si cette tangente a le même coefficient directeur que (d) soit 1équivaut à $f'(x)=1$.

Les abscisses des points de C_f où la tangente est parallèles à (d) sont solutions de l'équation

$$f'(x)=1 \Leftrightarrow -3x^2+2x+1=1 \Leftrightarrow -3x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(-3x+2)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=\frac{2}{3}$$

4- $x\in[0\,;+\infty[$ $f(x)<0$ $g(x)=\sqrt{-f(x)}$. Variation de f sur $[0\,;+\infty[$.

x	0		1		$+\infty$
$f(x)$	-5	↗	-4	↘	

x	0		1		$+\infty$
$-f(x)$	5	↘	4	↗	

u et – u sont de variations contraires

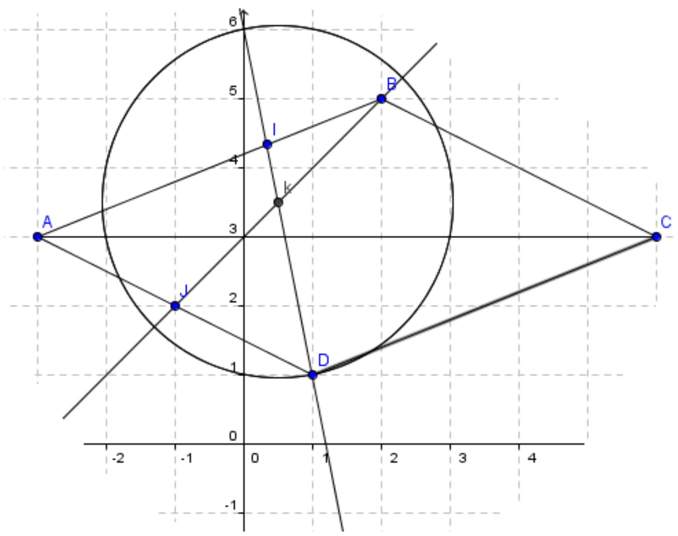
x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	$\sqrt{5}$	↘	2	↗	

v et $\sqrt{v}$ sont de mêmes variations sur $[0\,;+\infty[$

Exercice 5 :

2- $\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ de même $\vec{DC}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{AB}=\vec{DC}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme.



3- Soit $I(x\,;y)$ $\vec{AI}=\dfrac{2}{3}\vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=\dfrac{2}{3}\times5 \\ y-3=\dfrac{2}{3}\times2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{3} \\ y=\dfrac{13}{3} \end{cases}$

Coordonnées de $I(\frac{1}{3};\frac{13}{3})$. $\vec{AD}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Soit $J(x\,;y)$ $\vec{AJ}=\dfrac{1}{2}\vec{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=\dfrac{1}{2}\times4 \\ y-3=\dfrac{1}{2}\times(-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

Coordonnées de $J(-1\,;2)$.

4- a) Soit $M(x\,;y)$, une équation cartésienne de la droite

(DI) est telle que $\vec{DM}$ *et* $\vec{DI}$ sont colinéaires .

$$\vec{DI}\begin{pmatrix} -\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{10}{3} \end{pmatrix} \quad \vec{DM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} . \vec{DI} \text{ et } \vec{DM} \text{ colinéaires} \Leftrightarrow \frac{10}{3}(x-1)+\frac{2}{3}(y-1)=0 \Leftrightarrow 10x+2y-12=0 \Leftrightarrow 5x+y-6=0 \quad (DI) .$$

4- b) (DI) : $5x+y-6=0$ soit $\vec{u}$ un vecteur directeur de (DI) $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$

(BJ) : $x-y+3=0$ soit $\vec{v}$ un vecteur directeur de (BJ) $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

(DI) et (BJ) sont parallèles $\Leftrightarrow$ $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires.

Vérifions la relation de colinéarité : $-1\times1-5\times1=-1-5=-6\neq0$

$\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires donc les droites (DI) et(BJ) ne sont pas parallèles.

4- c) $K(x\,;y)\in(DI)\cap(DJ)$ on résout le système $\begin{cases}5x+y-6=0\\x-y+3=0\end{cases}$

par addition membre à membre on obtient $\begin{cases}x-y=-3\\6x-3=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases}x-y=-3\\x=\frac{1}{2}\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{7}{2}\end{cases}$ Coordonnées de $K(\frac{1}{2};\frac{7}{2})$

5- a) Equation du cercle

$x^2+y^2-x-7y+6=0$

$(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}+(y-\frac{7}{2})^2-\frac{49}{4}+\frac{24}{4}=0$

$(x-\frac{1}{2})^2+(y-\frac{7}{2})^2-\frac{26}{4}=0$

$(x-\frac{1}{2})^2+(y-\frac{7}{2})^2=\frac{13}{2}$

Γ est un cercle de centre $(\frac{1}{2};\frac{7}{2})$ rayon $\sqrt{\frac{13}{2}}$

5- b) $D\in\Gamma$ si ses coordonnées vérifient l'équation du cercle.

$1^2+1^2-1-7+6=2-8+6=0$ donc $D\in\Gamma$

5- c) Les points d'intersection de Γ avec l'axe des ordonnées ont une abscisse $x=0$. On obtient une fonction polynôme $y^2-7y+6=0$

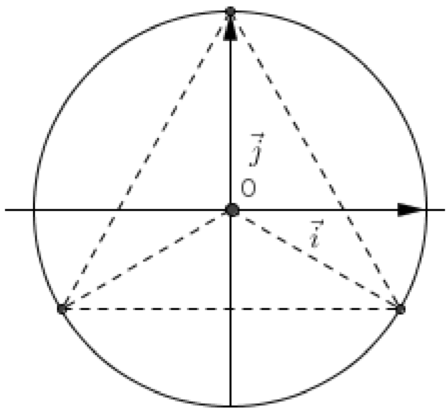
on résout $y^2-7y+6=0$ discriminant $\Delta=49-4\times6\times1=25$ $\Delta>0$

il y a deux racines $y_1=6$ $y_2=1$.

Les points d'intersections sont $(0\,;1)$ $(0\,;6)$.

<u>Exercice 6</u> :

1- Résoudre dans $\mathbb{R}$



$\sin(3x)=-1 \Leftrightarrow \sin(3x)=\sin(\frac{3\pi}{2})$

$\Leftrightarrow 3x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ *ou* $3x=\pi-\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{3}$ *ou* $x=-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}$ $k\in\mathbb{Z}$

Remarque :

$\frac{3\pi}{2}=\pi-\frac{3\pi}{2}$ $[2\pi]$ il n'y a qu'un ensemble de solutions.

Les solutions dans $\mathbb{R}$

$S=\{-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{3}$ $k\in\mathbb{Z}\}$

2- Les solutions dans l'intervalle $[0\,;3\pi[$ sont obtenues pour

$x=\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{3}$ avec $k=1$; $k=2$; $k=3$; $k=4$. soit $S_1=\{\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{7\pi}{6}\ ;\ \frac{11\pi}{6}\ ;\ \frac{5\pi}{2}\}$

$x=-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}$ avec $k=0$; $k=1$; $k=2$; $k=3$. soit $S_2=\{\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{7\pi}{6}\ ;\ \frac{11\pi}{6}\ ;\ \frac{5\pi}{2}\}$

L'ensemble des solutions est donc $S=S_1\cup S_2=\{\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{7\pi}{6}\ ;\ \frac{11\pi}{6}\ ;\ \frac{5\pi}{2}\}$