1re S – Mathématiques – Devoir commun du 08/02/2013

Durée 2 heures. L'usage de la calculatrice est autorisé. Ce sujet comporte 2 pages.

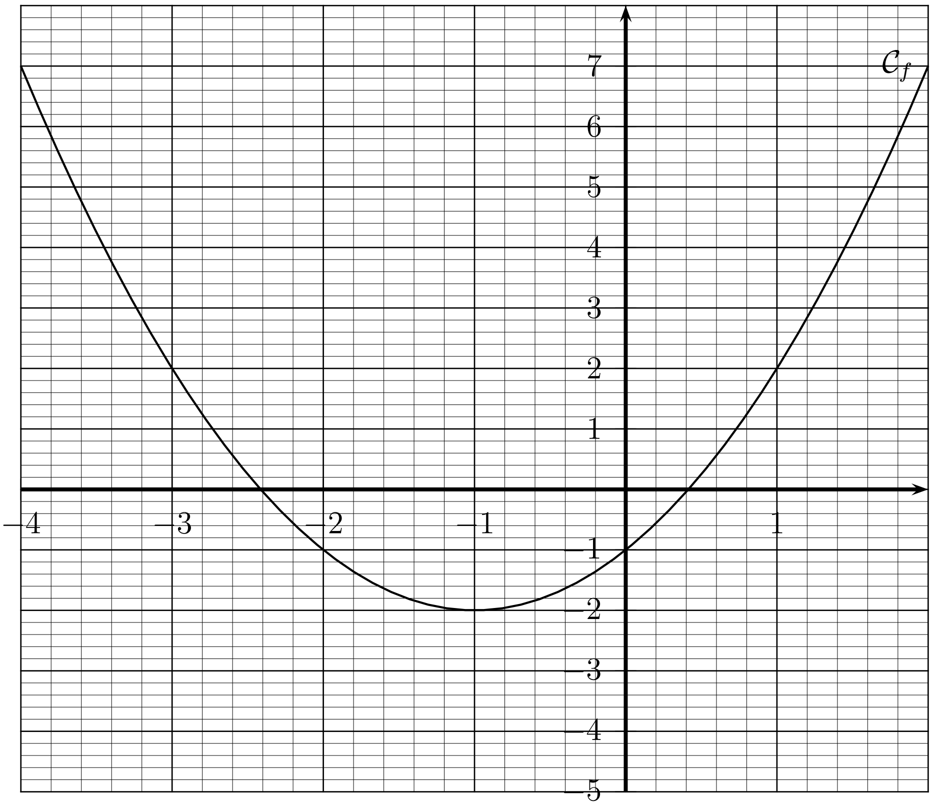
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (2 points)

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 2x - 1$.

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée f', et elle est représentée ci-dessous par la courbe $\mathcal{C}_f$.

1. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x.
2. Tracer la droite (d), tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse -3. Justifier par un calcul
3. Déterminer une équation réduite de la droite (d).



Exercice 2 (5 points)

1. Tracer un repère du plan et placer le point $A\ (-3\ ;\ 2)$.
2. Le vecteur $\vec{u}$ a comme coordonnées $(5\ ;\ 2)$. La droite (d_1) passe par le point A et $\vec{u}$ est un vecteur directeur de (d_1).
   (a) Tracer la droite (d_1).
   (b) Calculer une équation cartésienne de la droite (d_1).
3. (a) Placer les points $B\ (-2\ ;\ -3)$ et $C\ (8\ ;\ 1)$ et tracer la droite (BC).
   (b) Les droites (d_1) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.
4. Une équation cartésienne de la droite (d_2) est $3x - 4y + 3 = 0$. Tracer la droite (d_2).
5. Les droites (d_1) et (d_2) se coupent en D. Calculer les coordonnées de D.

Exercice 3 (4 points)

$ABCD$ est un parallélogramme. Les points E et F sont définis par : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$.

1. Réaliser une figure.
2. Décomposer chaque vecteur $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{BF}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3. En déduire que les droites (CE) et (BF) sont parallèles.

Exercice 4 (2 points)

La fonction f est définie par : $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ sur $[0; +\infty[$

1. Indiquer sans justifier le sens de variation de la fonction carré sur $[0\ ;\ +\infty[$.
2. En déduire le sens de variation de la fonction f sur $[0\ ;\ +\infty[$, en rédigeant soigneusement et en citant des propriétés sur le sens de variation des fonctions.
3. En déduire que pour tout réel x positif, $f(x) \leqslant 1$.

Exercice 5 (2,5 points)

1. Exécuter l'algorithme ci-contre en complétant le tableau ci-dessous.

k							
a		13	8	14	11	9	17
s	0						

2. Qu'affiche cet algorithme à la sortie ?
3. Que fait cet algorithme pour la liste de nombres : 13 ; 8 ; 14 ; 11 ; 9 ; 17 ?

s prend la valeur 0
Pour $k = 1$ jusqu'à $k = 6$
  Entrer a
  s prend la valeur $s + a$
Fin de la boucle "pour"
m prend la valeur $\frac{s}{6}$
Afficher m

Exercice 6 (4,5 points)

$ABCD$ est un carré de côté 10 cm et $AMPN$ est un carré de côté x cm, où x est un nombre appartenant à l'intervalle $I = [0\ ;\ 10]$. On désigne par $S(x)$ l'aire en cm^2 de la partie grisée.

1. Démontrer que pour tout nombre x de I :
   $S(x) = -x^2 + 5x + 50$.
   Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation
2. (a) Dresser le tableau de variation de S sur I.
   (b) Pour quelle valeur de x l'aire $S(x)$ est-elle maximale ? Que vaut alors cette aire ?
3. Quel est l'ensemble des nombres x de I pour lesquels $S(x) \leqslant \text{aire}(AMPN)$?