LYCÉE JACQUES PRÉVERT **Année 2014-2015**

28 Janvier 2015

Devoir commun de 1°S n°2

Durée 2 heures

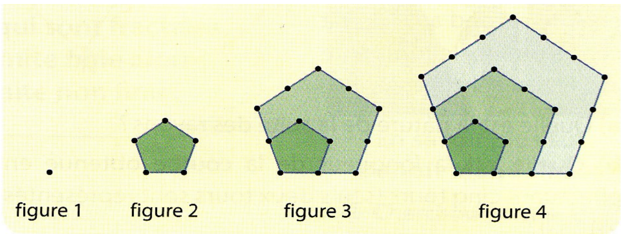
NOM :

Exercice 1: (3 points)

Précisez pour chaque affirmation soulignée si elle est vraie ou fausse.
Justifiez.

1°) On considère ci-contre C_f la courbe d'une fonction
f dérivable en – 2 .
f ' (- 2) = 1 *(Faire apparaître les traits de construction)*

2°)



Les nombres de points 1 , 5 , 12 , 22 sont associés aux figures ci-dessus.
On suppose que le processus de construction se poursuit ainsi.
Le nombre de points associés à la figure 8 est : 92

3°) On considère la suite (u_n) définie par $u_0=2$ et pour tout entier naturel *n* , $u_{n+1}=\dfrac{1}{u_n+1}$

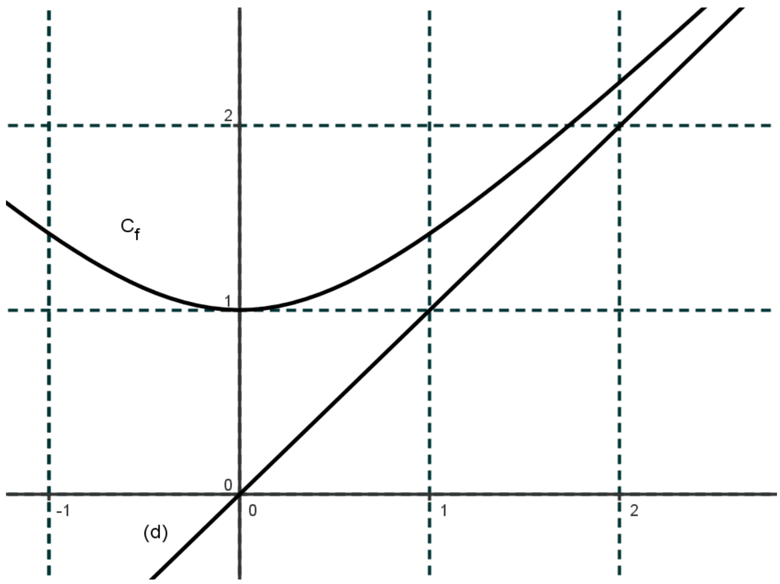
La suite (u_n) est décroissante.

Exercice 2 : (3 points)

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel *n* par : $u_0=0$ *et* $u_{n+1}=\sqrt{1+u_n^2}$

1°) Calculer u_1 *et* u_2 .
2°) Dans le repère orthonormal ci-contre, on considère C_f la courbe représentative de la fonction *f* définie par
$f(x)=\sqrt{1+x^2}$ et (d) la droite d'équation $y=x$.

Placer u_0 sur l'axe des abscisses et effectuer à la règle les tracés nécessaires pour obtenir u_1 *et* u_2 sur l'axe des abscisses.



3°) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel *n* par : $v_n=u_n^2$
a) Calculer v_0, v_1 *et* v_2 .
Conjecturer le sens de variation de la suite (v_n) .
b) Démontrez la conjecture précédente.

Exercice 3 : **(3 points)**

Deux importateurs A et B souhaiteraient se procurer des tablettes de chocolats auprès de producteurs étrangers.

Ils sélectionnent deux entreprises et souhaitent chacun faire appel à l'entreprise qui fournirait la production la plus homogène en termes de masse.

- L'entreprise P.Kein propose des tablettes de chocolats estampillées « 100g ».

L'importateur prélève un échantillon de la production afin d'en vérifier la masse et consigne les résultats dans le tableau ci-dessous :

Masse (en g)	96	97	98	99	100	101	102	103
Effectif	5	6	9	13	32	16	5	4

- L'entreprise B.Jing propose des tablettes de chocolats estampillées « 125g ».

Elle fournit les données suivantes :

Masse (en g)	121	122	123	124	125	126	127	128
Effectif	15	39	26	53	49	32	43	17

Moyenne : 124,59g Ecart-type : 1,965 Quartile 1 : 123g Quartile 3 : 126g

- L'importateur A utilise le critère de choix suivant :

« Plus le pourcentage de la production dans l'intervalle [$\bar{x}-2\sigma$; $\bar{x}+2\sigma$] est important, plus la production est homogène », *avec* $\bar{x}$ *qui désigne la moyenne et* σ *qui désigne l'écart-type.*

- L'importateur B préfère utiliser un autre critère de choix :

« Plus l'écart interquartiles est petit, plus la production est homogène »

Dire, en justifiant, pour chaque importateur A et B, quelle entreprise il choisira.

Exercice 4 : **(6 points)**

Partie 1 : Question de cours :

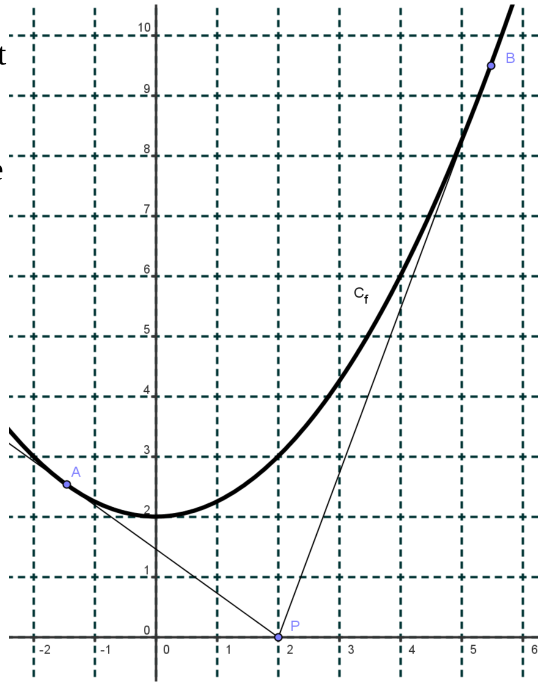
On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{4}x^2+2$.

1°) En utilisant la définition du nombre dérivé, déterminer par calcul $f'(2)$

2°) Soit *a* un réel.

En utilisant la définition du nombre dérivé, montrer par le calcul que $f'(a)=\frac{a}{2}$

Partie 2 : Problème :



La figure ci-contre est une partie d'un plan qui représente un circuit automobile (C_f en gras).

Un observateur placé en P n'aperçoit dans son champ de vision que le « virage AB ».
Sur ce plan, dans le repère orthonormé indiqué (unité graphique 25 m) , l'arc symbolisant le virage a pour équation $y=\frac{1}{4}x^2+2$ et P a pour coordonnées (2 ; 0).

L'objectif du problème est de déterminer à quelle distance l'observateur aperçoit la voiture à l'entrée du virage et la perd-il de vue à la sortie du virage ?
(C'est à dire les distances AP et BP).

1°) Soient A le point de C_f d'abscisse *a* et (T_a) la tangente en A à C_f .
Déterminez en fonction de *a* une équation de (T_a) .

2°) Démontrez que « (T_a) passe par P » équivaut à « $a^2-4a-8=0$ ».
3°) En déduire les valeurs possibles pour *a*.
4°) ***(Bonus)*** Répondre au problème posé.

Exercice 5 : **(5 points)**

Dans (O, I ; J) repère orthonormé du plan. $\mathscr{C}$ est le cercle trigonométrique de centre O.

K et L sont les deux points du cercle associés au réels $\frac{25\pi}{4}$ et $-\frac{11\pi}{6}$.

1. On considère l'algorithme suivant :

Variable	**α est un réel positif.**
Entrée :	**« Quelle est la valeur de α ? » Saisir α.**
Traitement :	**Si α > π alors** **Tant que α > π, α prend la valeur α-2π.** **Fin tant que.** **Fin de si.**
Sortie :	**Afficher α**

a) Quelle est la valeur affichée par l'algorithme pour $\alpha = \frac{19\pi}{3}$? Quel est le rôle de cet algorithme ?

b) Créer un autre algorithme pouvant traiter le cas où α est négatif.

c) Déterminer la mesure principale en radian de l'angle $\left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OL}\right)$?

2. Déterminer la mesure principale en radian de $\left(\overrightarrow{OL}, \overrightarrow{OK}\right)$ puis celle de $\left(\overrightarrow{LK}, \overrightarrow{LO}\right)$.

3. Résoudre dans]-π ; π] l'équation : cos (2α) = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. ***(Bonus)*** Sachant que quel que soit le réel α , $\cos(2\alpha)=2\cos^2(\alpha)-1$, déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$