1° S
Eléments de correction de l'épreuve commune

Exercice 1

1)Soit M(x ; y) M $\in\Delta$ ssi $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires or $\overrightarrow{AM}$ $\begin{pmatrix} x-2 \\ y-5 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}$ $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$donc d'après la Condition de colinéarité 2 ×($x-2) - (-3)(y-5) = 0$ soit $2x - 4 + 3y - 15 = 0$ *soit*

$$2x + 3y - 19 = 0$$

2) Soit M (x ; y) M $\in$ (AB) ssi $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires or $\overrightarrow{AM}$ $\begin{pmatrix} x-2 \\ y-5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}$ $\begin{pmatrix} -8 \\ -4 \end{pmatrix}$ donc d'après la condition de colinéarité -4 ($x-2$) $-(-8)(y-5) = 0$ *soit* $-\ 4x + 8y - 32 = 0$

3) d est parallèle à (AB) donc d a pour équation $-4x + 8y + c = 0$ or C $\in$ d donc ses coordonnées vérifient l'équation donc $-4 \times 3 + 8 \times (-2) + c = 0$ *donc* $c = 28$donc une équation de d est :

$$-4x + 8y + 28 = 0$$

4) Δ et (OC) sont parallèles ssi leurs vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{OC}$ *sont colinéaires*

Or $\overrightarrow{OC}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}$ $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{OC}$ = - $\vec{u}$ donc Δ et (OC) sont parallèles.

Exercice 2

1) $v_2 = \frac{1}{4} \times v_1 + 120$ = 150 litres au bout de 2 semaines

$v_3 = \frac{1}{4} \times v_2 + 120$ = 157,5litres au bout de 3 semaines

2)*chaque semaine il reste* $\frac{1}{4}$ de la semaine précédente (car il perd les $\frac{3}{4}$) auxquels on rajoute 120 nouveaux litres . donc $v_{n+1} = \frac{1}{4} v_n + 120$

3)$v_2 - v_1 \neq v_3 - v_2$ la suite est donc non arithmétique

$$\frac{v_2}{v_1} \neq \frac{v_3}{v_2} \quad \textit{la suite est donc non géométrique}$$

$$4) u_{n+1} = 160 - v_{n+1} = 160 - \left(\frac{1}{4} v_n + 120\right) = -\frac{1}{4} v_n + 40 = \frac{1}{4}(-v_n + 160) = \frac{1}{4} u_n$$

Donc la suite (u_n) *est* géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et de premier terme $u_1 = 160 - v_1 = 40$

5) donc d'après le cours $u_n = u_1\, q^{n-1}$

Soit ici $u_n = 40 \times (\frac{1}{4})^{n-1}$

Donc $v_n = 160 - 40 \times (\frac{1}{4})^{n-1}$

6) Au bout de 10 semaines on a déposé 10 ×120 litres mais il restera $v_{10} \approx 160$ *litres*

Donc 1040 litres auront été utilisés ou se seront décomposés .

Exercice 3

1) Pour étudier les variations de f on étudie le signe de $f'(x) = 3x^2 - 6x - 5$

$\Delta = 96$ donc deux solutions $x_1 = \frac{6-\sqrt{96}}{6} = \frac{3-2\sqrt{6}}{3}$ et $x_2 = \frac{3+2\sqrt{6}}{3}$ d'après la règle du signe d'un trinôme $f'(x)$ *est du signe de a à l'extérieurdes racines*

Donc $f'(x) > 0$ *sur* $]-\infty ; x_1[\, \cup\,]x_2 ; +\infty[$ *et f est donc strictement croissante*

$$f'(x) < 0 \textit{ sur }]x_1 ; x_2[\textit{ et f est donc strictement décroissante}$$

2) De même $g'(x) = \frac{-1(x+1) - 1(4-x)}{(x+1)^2} = \frac{-5}{(x+1)^2} < 0$ *donc g est strictement décroissante*

sur $]-\infty ; -1[$ *et sur* $]-1 ; +\infty[$

3) $f(0) = 4\ g(0) = 4$

Donc les 2 courbes passent par A (0 ; 4)

$$f'(0) = -5 \textit{ et } g'(0) = -5$$

Donc les tangentes en A sont communes et ont pour équation réduite

$y = -5(x - 0) + 4 = -5x + 4$ $y = -5x + 4$

4) $f(x) - g(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 4 - \frac{4-x}{x+1} = \frac{x^3(x+1)-3x^2(x+1)-5x(x+1)+4(x+1)-4+x}{x+1} = \frac{x^4-2x^3-8x^2}{x+1} = \frac{x^2(x^2-2x-8)}{x+1}$

Pour étudier la position des 2 courbes on étudie le signe de $\frac{x^2(x^2-2x-8)}{x+1}$ pour

$x^2 - 2x - 8$ *on a le signe de a à l'extérieur des racines qui sont* -2 *et* 4

x	$-\infty$		-2		-1		0		4		$+\infty$
x^2		$+$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
x^2-2x-8		$+$	0	$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f(x)-g(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$-$	0	$+$	

Donc $f(x) - g(x) < 0$ *sur* $]-\infty\,; -2[\cup]-1\,;0[\cup]0\,;4[$ *et donc* c_f *est en dessous de* c_g

$f(x) - g(x) > 0$ sur] - 2 ; -1[∪] 4 ; $+\infty$ [*et donc* c_f *est en dessus de* c_g

Exercice 4

1)On a : $(\cos x)^2 + (sinx)^2 = 1$ donc $sin^2x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$ donc $sinx = \frac{4}{5}$ ou $sinx = -\frac{4}{5}$

Or $sinx < 0$ *donc réponse B)*

2) à l'aide du cercle trigo on trouve $x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ *ou* $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ avec k ∈ Z

Or ∈ $[0; 2\pi]$ *donc* $S = \{\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\}$ réponse A)

3)A $(x) = -\sin x - \cos x + \cos x + \sin x = 0$ *donc réponse B*)

4) la courbe de f coupe l'axe des abscisses en x = -1 et x = 2 donc $f(x) = a(x+1)(x-2)$

Or la courbe passe par (- 2 ; 2) donc 2 = a (-1) ×(- 4) donc a= 0,5

Donc $f(x) = 0{,}5(x+1)(x-2)$ *réponse A)*

5) la courbe de g est strictement au dessus de l'axe des abscisses donc $g(x) > 0$ *pour tout x de R*

Donc $\Delta < 0$ réponse C)