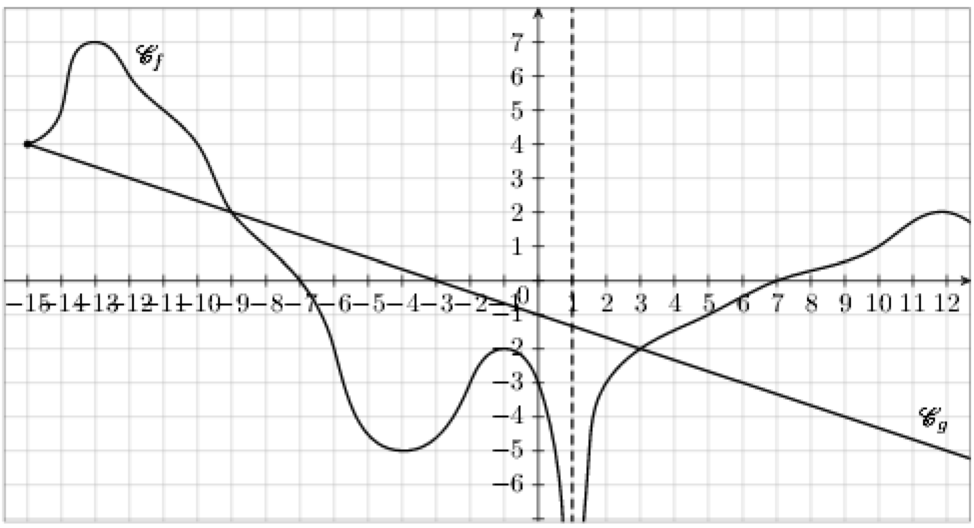
Nom et prénom : …………………………………………… Mercredi 19 mars 2014

Classe : 2^{nde} ….. *Calculatrice autorisée*

Le sujet comporte ***4 pages*** *Durée : 2h*

EPREUVE COMMUNE DE MATHEMATIQUES DE SECONDE Correction

Exercice 1. Les courbes ci-dessous sont les représentations graphiques de deux fonctions f et g.

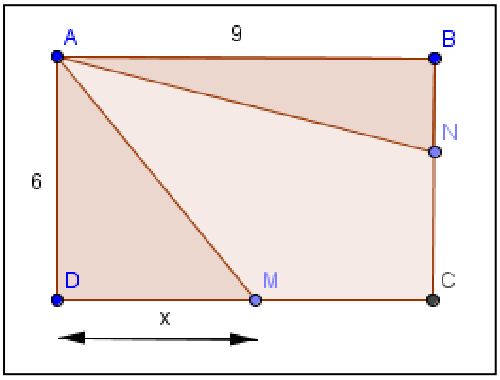


Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique (on ne demande pas de justification)

1. L’ensemble de définition de f est :	$[-15; 1[\ U\ ]1; +\infty[$
2. L’ensemble de définition de g est :	$[-15; +\infty[$
3. L’image par f de 0 est égale à :	f(0) = -3
4. Les antécédents de -2 par f sont :	$\{-6;\ -1; 3\}$
5. Sur [-15 ;12] l’ensemble des solutions de l’équation f(x)=1 est :	$\{-8;\ 10\}$
6. Sur [-15 ;12] l’ensemble des solutions de l’inéquation f(x) > 7 est :	$\emptyset$
7. Sur [-15 ;12] l’ensemble des solutions de l’équation f(x)=g(x) est :	$\{-15;\ -9; 3\}$
8. Sur [-15 ;12] l’ensemble des solutions de l’inéquation f(x) < 0 est :	$]-7; 1[\ U\ ]1; 7[$

Exercice 2.

ABCD est un rectangle tel que AB = 9 et AD = 6.
M est un point du segment [CD] et N un point du segment [BC].
On pose DM = x.



1. A quel intervalle x appartient-il ?

$x \in [0;9]$

2. <u>Sachant que les triangles ADM et ABN ont la même aire</u>, exprimer la distance BN en fonction de x.

$\text{Aire}_{\text{ADM}} = \frac{6x}{2} = 3x$ et $\text{Aire}_{\text{ABN}} = \frac{9\times BN}{2}$

Donc $\frac{9BN}{2} = 3x \iff BN = \frac{6x}{9} = \frac{2x}{3}$

3. On cherche à savoir pour quelle(s) valeur(s) de x les aires de ADM et du quadrilatère ANCM sont égales.

a. Quelle est l'expression en fonction de x de l'aire de ADM ? $\text{Aire}_{\text{ADM}} = \frac{6x}{2} = 3x$

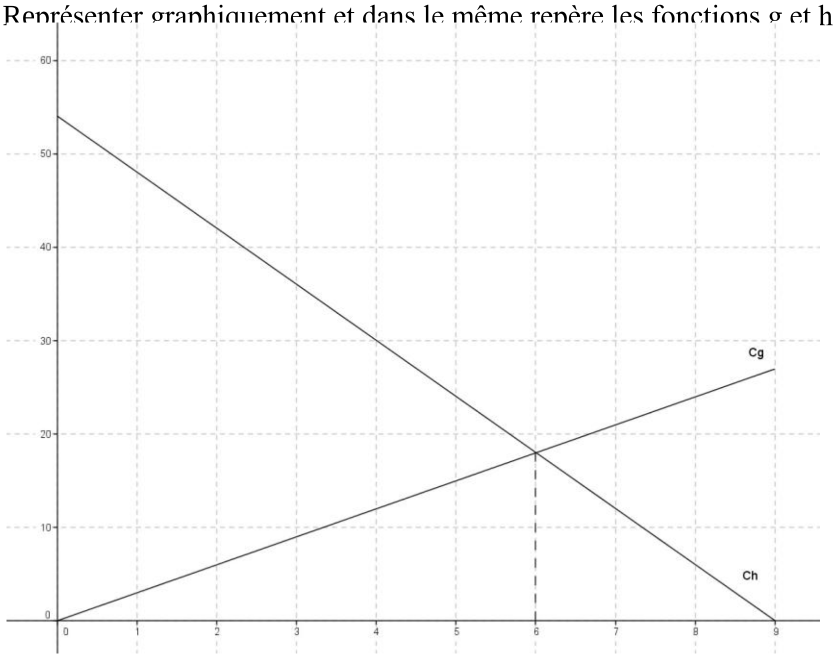
Quelle est l'expression en fonction de x de l'aire de ANCM ?

$\text{Aire}_{\text{ANCM}} = \text{Aire}_{\text{ABCD}} - \text{Aire}_{\text{ADM}} - \text{Aire}_{\text{ABN}}$

$= 54 - 3x - \frac{9\times\frac{2x}{3}}{2} = 54 - 3x - 3x = -6x + 54$

b. On pose g(x) = 3x et h(x) = - 6x + 54

Représenter graphiquement et dans le même repère les fonctions g et h sur l'intervalle [0 ; 9].



c. Déterminer graphiquement, puis par le calcul l'abscisse du point d'intersection des deux courbes.

$g(x) = h(x) \iff 3x = -6x + 54 \iff x = 6$ $S = \{6\}$ Conclure.

Les aires de ADM et du quadrilatère ANCM sont égales lorsque x vaut 6.

Exercice 3. Soit B (6 ; 2) C(3 ; -1) E (-3 ; 5) trois points du plan muni d'un repère orthonormé.

1. Représenter ces 3 points sur le graphique ci-dessous.

2.a Justifier que le triangle BCE est un triangle rectangle.

$BC^2 = (3-6)^2 + (-1-2)^2 = 18$

$BE^2 = (-3-6)^2 + (5-2)^2 = 90$

$CE^2 = (-3-3)^2 + \left(5-(-1)\right)^2 = 72$

BE² = BC² + CE² Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BCE est rectangle en C.

b. Soit I le centre du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit à BCE.

Déterminer les coordonnées de I, ainsi que le rayon R du cercle $\mathcal{C}$.

On sait que le triangle BCE est rectangle en C.

Or si un triangle est rectangle, alors le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

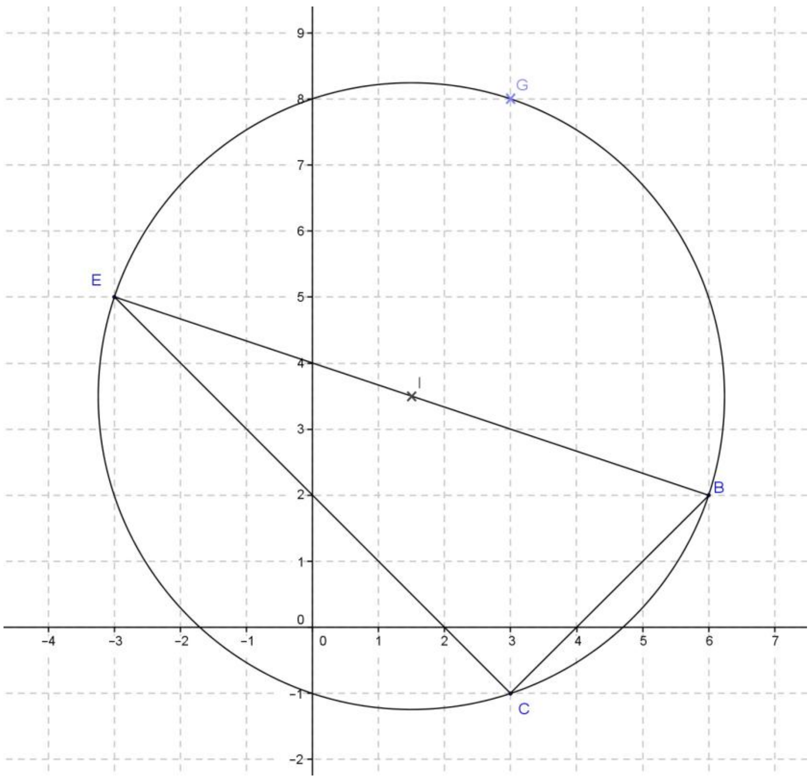
Donc I est le milieu de [BE].

Donc I $\left(\frac{6+(-3)}{2} ; \frac{2+5}{2}\right)$ Donc I $\left(\frac{3}{2} ; \frac{7}{2}\right)$

et R = IB = $\sqrt{\left(6-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(2-\frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{90}{4}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$

c. Le point G (3 ; 8) appartient-il au cercle $\mathcal{C}$? Justifier.

IG = $\sqrt{\left(3-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(8-\frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{81}{4}} = \sqrt{\frac{90}{4}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ Oui G appartient au cercle.



Exercice 4. Soit dans un repère les points A (3 ; 0) B (-3 ; -1) C (-1 ; 2)

1. Placer A, B et C dans le repère ci-dessous. On complètera la figure au fur et à mesure des questions.

2. On donne le point D (5 ; 3). Justifier que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

$\overrightarrow{AB}(-3-3;-1-0)$ $Donc$ $\overrightarrow{AB}(-6;-1)$

$\overrightarrow{DC}(-1-5;2-3)$ $Donc$ $\overrightarrow{DC}(-6;-1)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow$ ABCD est un parallélogramme.

3. Construire le point F tel que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$, puis calculer ses coordonnées.

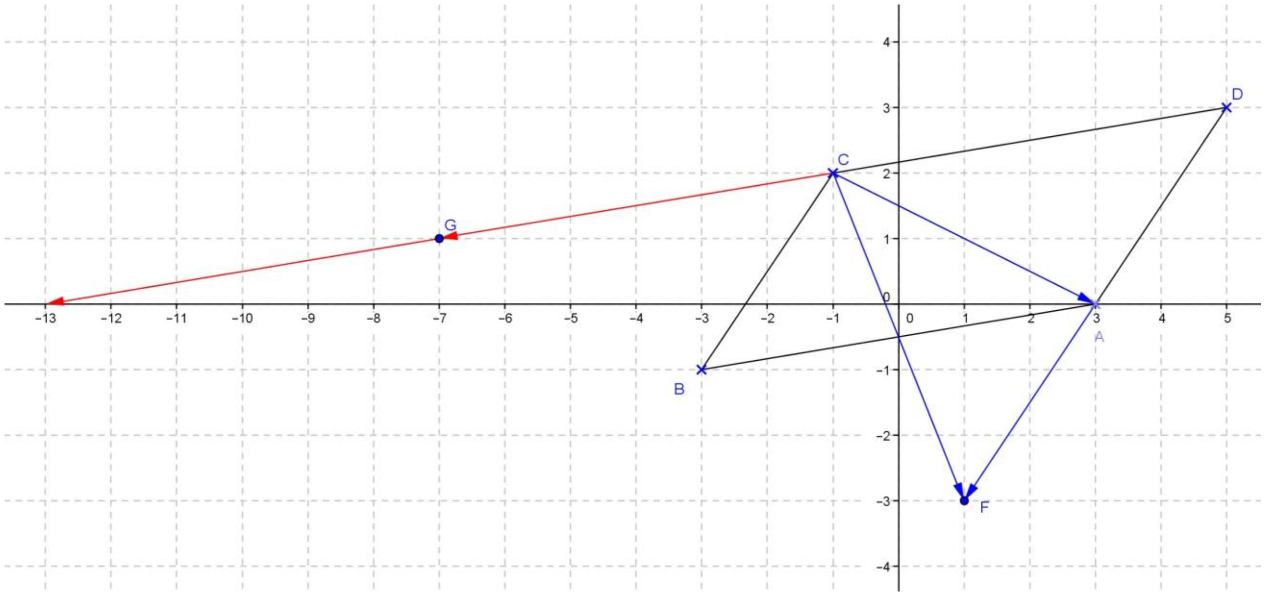
$\overrightarrow{CA}(3-(-1);0-2)$ $Donc$ $\overrightarrow{CA}(4;-2)$

$\overrightarrow{CB}(-3-(-1);-1-2)$ $Donc$ $\overrightarrow{CB}(-2;-3)$

$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\ \big(4+(-2);-2+(-3)\big)$ $Donc$ $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\ (2;-5)$

Et donc $x_F-(-1)=2 \Leftrightarrow x_F = 1\ et\ y_F - 2 = -5 \Leftrightarrow y_F = -3$ Donc F(1 ; -3)

4. Construire le point G tel que $\overrightarrow{CG} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC}$.



Exercice 5.

Une entreprise sur le marché du disque dur informatique teste aléatoirement ses disques durs en prenant au hasard sur les chaînes de montage 1000 disques en une semaine.

Les résultats obtenus ci-dessous indiquent le nombre de centaines d'heures d'utilisation.

Centaines d'heures	[0 ;10[	[10 ; 30[	[30 ; 50 [	[50 ; 70[	[70 ; 100]
Effectifs	250	30	50	430	240
Effectifs cumulés	250	280	330	760	1000

Ainsi 250 des disques durs testés ont fonctionné entre 0 et 10 centaines d'heures, 30 des disques durs ont fonctionné entre 10 et 30 centaines d'heures etc.

1. Evaluer l'étendue de la série. e = 100 – 0 = 100
2. Calculer une valeur approchée à 0,1 près de la durée de vie moyenne $\bar{x}$ des disques durs produits par cette entreprise.
   $\bar{x} = \frac{5\times250+20\times30+40\times50+60\times430+85\times240}{1000} = \frac{50050}{1000} = 50{,}05 \approx 50{,}1$
3. a. Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants de cette série et le diagramme des effectifs cumulés donné dessous.

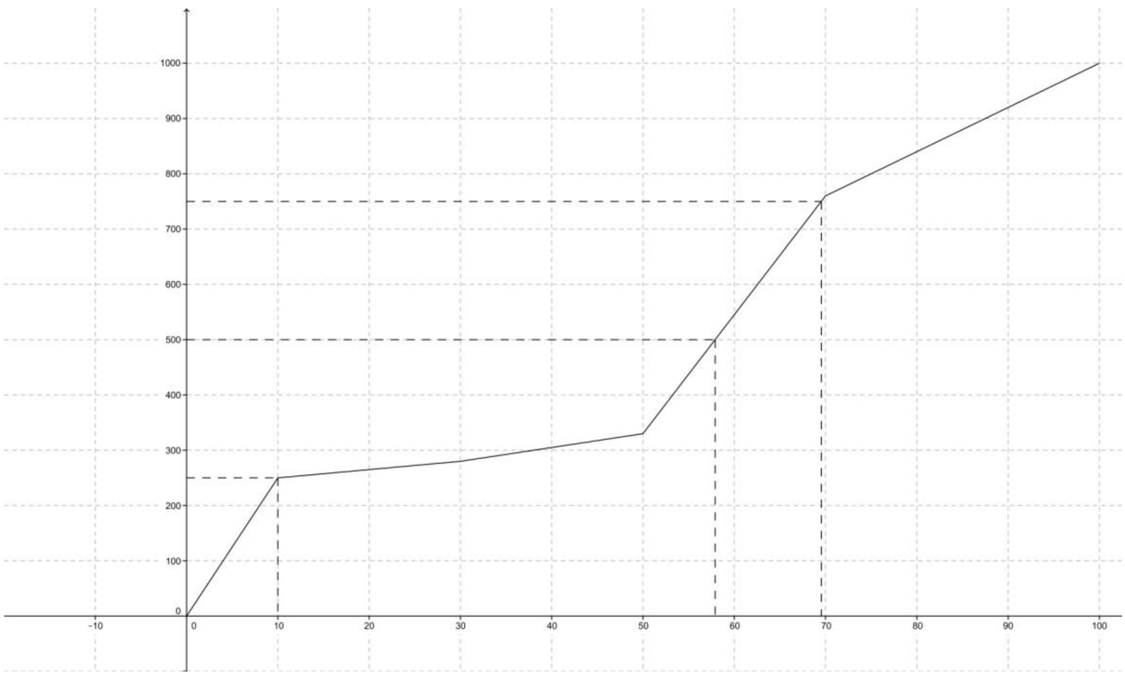
   b. Quel est le rang de la médiane m_e ? $\frac{1000}{2} = 500$ C'est donc la moyenne en le 500$^{\text{ème}}$ et le 501$^{\text{ème}}$ rang.

   c. En déduire une valeur approchée de m_e en utilisant le diagramme des effectifs cumulés.
   D'après le diagramme, $m_e \approx 58$

4. Déterminer Q1 et Q3 en utilisant le diagramme. $Q_1 = 10$ et $Q_3 \approx 69$

5. a. L'entreprise peut-elle affirmer que 75% de ses disques dépassent 5000 h de vie ? (justifier)
   Non, c'est 67% (voir diagramme).

   b. L'entreprise doit- elle indiquer aux consommateurs la moyenne ou la médiane ? (justifier)
   $m_e > \bar{x}$ Il faut donc indiquer la médiane.



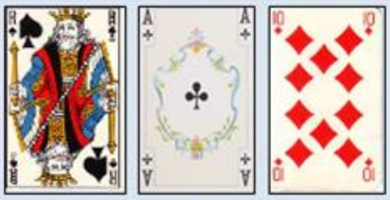
Exercice 6.

On dispose d'un jeu de 32 cartes.
Dans tous les cas, lorsque le joueur tire une carte, il la regarde et la remet dans le jeu.

SI *la carte tirée est rouge*
  ALORS SI *la carte est un roi*
    ALORS *tu marques* ***2 points*** *et tu recommences le jeu au début*
   SINON *le jeu est fini*

SINON *tire une deuxième carte et*
  SI *la deuxième carte est rouge*
    ALORS *le jeu est fini*
  SINON *marque* ***1 point*** *et recommence le jeu au début*

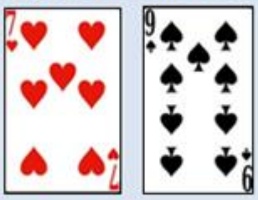
1) On tire successivement les cartes suivantes :



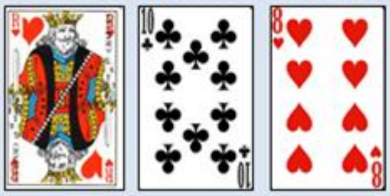
Combien de point(s) a-t-on marqué avec cette combinaison ?

2) Est-ce que les combinaisons suivantes sont possibles ? Si oui, combien de points sont obtenus ?

a)



b)



1°) Score : 1 point

2°) a) La 1ère carte tirée est rouge. Ce n'est pas un roi. Le jeu doit se finir. Pas de 2ème carte ! Donc **pas possible**.
 b) La 1ère carte tirée est rouge. C'est un roi. On marque **2 points**. On recommence. La carte est noire, alors on tire une autre carte qui est rouge. Le jeu est alors fini. Total : **2 points**.