CORRIGE DS COMMUN

Exercice n°1:

1. a) $2(x-1)^2-8=2(x^2-2x+1)-8=2x^2-4x+2-8=2x^2-4x-6=f(x)$
   donc $\boxed{f(x)=2(x-1)^2-8}$.

   b) $2(x-3)(x+1)=2(x^2-3x+x-3)=2(x^2-2x-3)=2x^2-4x-6=f(x)$
   donc $\boxed{f(x)=2(x-3)(x+1)}$.

2. a) On utilise la forme développée: $f(\sqrt{3})=2(\sqrt{3})^2-4\times\sqrt{3}-6=2\times 3-4\sqrt{3}-6=-4\sqrt{3}\neq -7$
   donc le point de coordonnées $(\sqrt{3};-7)$ n'appartient pas à C_f.

   b)Pour trouver les points d'intersection de C_f et de l'axe des abscisses, on doit résoudre l'équation $f(x)=0$.
   On utilise la forme factorisée: $2(x-3)(x+1)=0$
   donc $x-3=0$ ou $x+1=0$
   $x=3$ ou $x=-1$
   Donc $\boxed{B(3;0)}$ et $\boxed{C(-1;0)}$.

   c) On utilise la forme canonique de $f(x)$: les coordonnées du sommet de la parabole sont $(\alpha;\beta)$
   donc $\boxed{A(1;-8)}$.

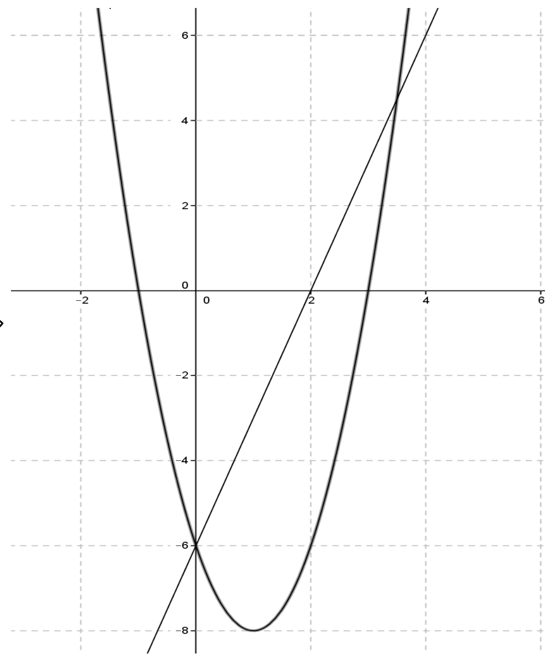
   d) $f(x)>0 \Leftrightarrow 2(x-3)(x+1)>0$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
2		$+$	$\vdots$	$+$	$\vdots$	$+$	
$(x-3)$		$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	
$(x+1)$		$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	
$2(x-3)(x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   Donc $\boxed{S=]-\infty;-1[\cup]3;+\infty[}$.
   Graphiquement, cela signifie que la courbe C_f se situe au-dessus de l'axe des abscisses sur $]-\infty;-1[\cup]3;+\infty[$.

3. a)

x	0	2
y	-6	0



   b) Graphiquement, on lit que $I(0;-6)$ et $J(3{,}5;4{,}5)$
   c) Par le calcul, il faut résoudre:
   $f(x)=3x-6 \Leftrightarrow 2x^2-4x-6=3x-6 \Leftrightarrow 2x^2-7x=0 \Leftrightarrow$
   $x(2x-7)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $2x-7=0$
   $\Leftrightarrow x=0$ ou $x=\frac{7}{2}$.
   Si $x=0$ alors $y=-6$ et si $x=\frac{7}{2}$ alors
   $y=3\times\frac{7}{2}-6=\frac{21}{2}-\frac{12}{2}=\frac{9}{2}$
   Donc on retrouve bien les coordonnées de I et J.

Exercice n°2:

PARTIE A

1. a) On peut représenter la situation par un arbre:
   La somme des 2 nombres obtenus peut donc être: $2;3;4;5;6$.
   Les 9 branches sont équiprobables. Comme il n'y qu'une branche donnant comme somme 1, on retouve bien le $\frac{1}{9}$ de la 2ème ligne. De même, il y a 2 branches donnant comme somme 3 donc la probabilité est de $\frac{2}{9}$.

   b) 2 branches donnent 5 comme somme donc le nombre manquant dans le tableau est $\frac{2}{9}$.

2. a) 6 branches donnent une somme inférieure ou égale à 4 donc $p(\text{A})=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

   b) 5 branches donnent un nombre pair donc $p(\text{B})=\frac{5}{9}$.

   c) A∩B:"obtenir une somme égale à 2 ou 4"

   d) $p(\text{A}\cap\text{B})=\frac{4}{9}$

   e) $\overline{\text{A}}$:"obtenir un nombre strictement supérieur à 4"

   f) p($\overline{\text{A}}$) = $1-p(\text{A})=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$.

   g) $p(\text{A}\cup\text{B})=p(\text{A})+p(\text{B})-p(\text{A}\cap\text{B})=\frac{6}{9}+\frac{5}{9}-\frac{4}{9}=\frac{7}{9}$.

PARTIE B

1.

Somme	2	3	4	5	6
Effectifs	19	31	23	14	13
Effectifs cumulés	19	50	73	87	100

2. $\frac{100}{2}=50$ Donc la médiane est la moyenne entre la 50ème et la 51ème valeur.
   D'après la ligne des effectifs cumulés, la 50ème valeur est 3 et la 51ème valeur est 4.
   Donc $\text{M}e=\frac{3+4}{2}=3{,}5$
   $\frac{100}{4}=25$ donc le 1er quartile est la 25ème valeur: $\text{Q}_1=3$
   $100\times\frac{3}{4}=75$ donc le 3ème quartile est la 75ème valeur: $\text{Q}_3=5$
3. $\bar{x}=\frac{2\times19+3\times31+4\times23+5\times14+6\times13}{100}=3{,}71$

PARTIE C

1.

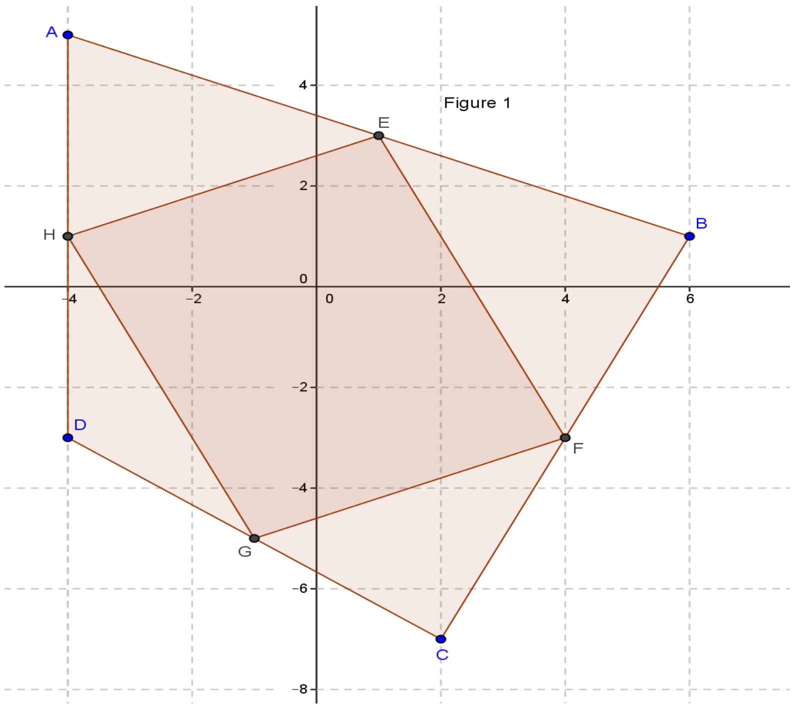
	Condition $\text{S}\leqslant 10$	n	S
Initialisation		0	0
Etape 1	Vraie	1	1
Etape 2	Vraie	2	3
Etape 3	Vraie	3	6
Etape 4	Vraie	4	10
Etape 5	Vraie	5	15
Etape 6	Fausse		

2. Le résultat affiché en sortie est 15.
3. Cet algorithme calcule la somme des premiers nombres entiers.

Exercice n°3:

1. a) voir figure ci-contre.

   b) On peut conjecturer que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.



2. a) $\overrightarrow{EF}(x_F - x_E ; y_F - y_E)$

   $\overrightarrow{EF}(4-1;-3-3)$

   $\overrightarrow{EF}(3;-6)$

   $\overrightarrow{HG}(-1-(-4);-5-1)$

   $\overrightarrow{HG}(3;-6)$

   b) On remarque que $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$ donc EFGH est un parallélogramme.

3. a) $I\left(\frac{x_E+x_G}{2};\frac{y_E+y_G}{2}\right)$

   $I\left(\frac{1+(-1)}{2};\frac{3+(-5)}{2}\right)$

   $I(0;-1)$

   b) $J\left(\frac{4+(-4)}{2};\frac{-3+1}{2}\right)$ donc $J(0;-1)$

   c) On remarque que les points I et J ont les mêmes coordonnées. Les diagonales du quadrilatére EFGH se coupent donc en leur milieu donc EFGH est un parallélogramme.

4. a) G est le milieu de [CD] donc:

   $G\left(\frac{2+(-6)}{2};\frac{-7+(-5)}{2}\right)$

   $G(-2;-6)$

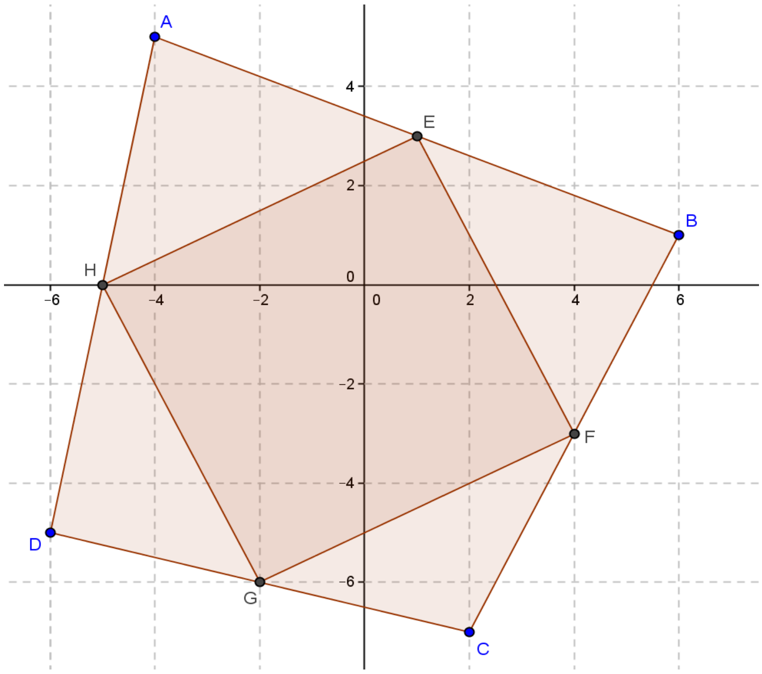
   Les coordonnées de E restent $(1;3)$

   $EG=\sqrt{(x_G-x_E)^2+(y_G-y_E)^2}$

   $EG=\sqrt{(-2-1)^2+(-6-3)^2}$

   $EG=\sqrt{9+81}$

   $EG=\sqrt{90}$



   b) De même, on calcule FH:

   $H\left(\frac{-4+(-6)}{2};\frac{5+(-5)}{2}\right)$

   $H(-5;0)$

   Les coordonnées de F restent $(4;-3)$

   donc $FH=\sqrt{(4-(-5))^2+(-3-0)^2}$

   $FH=\sqrt{81+9}=\sqrt{90}$

   $\overrightarrow{EF}(3;-6)$ et $\overrightarrow{HG}(-2-(-5);-6-0)$ donc $\overrightarrow{HG}(3;-6)$ donc $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$ donc EFGH est un parallélogramme.

   De plus, ses diagonales sont de même longueur (EG=FH) donc EFGH est un rectangle.

   $EH=\sqrt{(-5-1)^2+(0-3)^2}=\sqrt{45}$ et $EF=\sqrt{(4-1)^2+(-3-3)^2}=\sqrt{45}$

   Le rectangle EFGH a donc 2 côtés consécutifs de même longueur donc EFGH est un carré.