NOM : .... Mercredi 17 Avril
Classe : ....

DS commun

Sujet A

(2 Heures)

- **L'usage de la calculatrice est autorisé.**
- **Aucun échange de matériel n'est autorisé.**
- **L'énoncé est à rendre avec la copie.**
- **<u>Barème indicatif :</u>** (Sur 40)

  – <u>Exercice 1 :</u> 18 points.
  – <u>Exercice 2 :</u> 8 points.
  – <u>Exercice 3 :</u> 8 points.
  – <u>Exercice 4 :</u> 6 points.

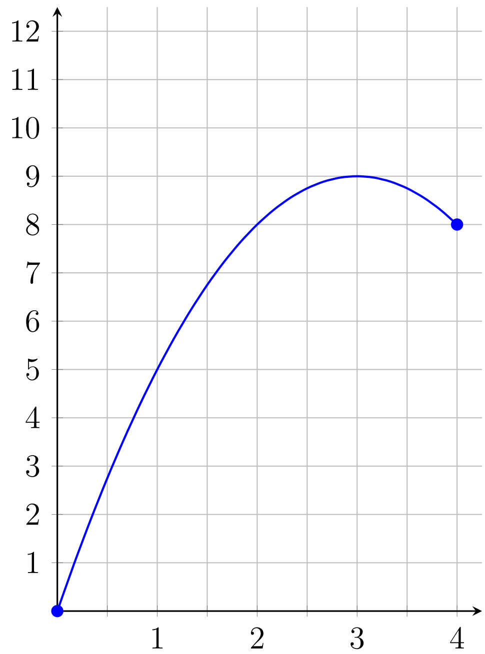
Exercice 1. Les parties A et B sont indépendantes

Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par $f(x) = -x^2 + 6x$ et $g(x) = -2x + 12$. On note respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives de ces deux fonctions dans un repère orthogonal du plan.

Partie A *Étude algébrique*

1. Calculer l'image de 3 par f.
2. Le point $A\left(\dfrac{2}{3}\,;\,\dfrac{31}{9}\right)$ appartient–il à la courbe $\mathscr{C}_f$? Justifier la réponse par un calcul.
3. S'ils existent, déterminer par le calcul les antécédents par f du nombre 0.
4. Développer et réduire :
   (a) $(6-x)(x-2)$;
   (b) $-(x-3)^2 + 9$.
5. En utilisant la question 4., résoudre algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$.
6. En utilisant la question 4., prouver que, pour tout réel x, $f(x) \leqslant 9$.

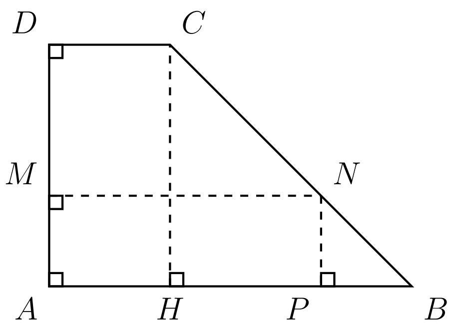
Partie B *Étude graphique*



Dans toute cette partie, on utilisera la représentation graphique de la fonction f sur $[0\,;\,4]$ donnée ci–contre comme support graphique.
On reportera sur le dessin tous les tracés permettant de répondre aux questions posées.

1. Par simple lecture graphique, dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
2. Soit deux réels a et b quelconques de l'intervalle $[3\,;\,4]$ tels que $a \leqslant b$. Peut-on comparer les réels $f(a)$ et $f(b)$? Justifier.
3. Dans le repère donné ci–contre, représenter graphiquement la fonction g sur $[0\,;\,4]$.

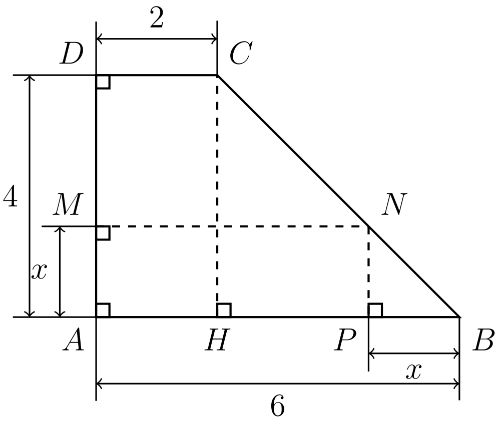
Partie C *Application*



Dans toute cette partie, l'unité de longueur est le centimètre.
$ABCD$ est un trapèze rectangle tel que $AB = 6$, $CD = 2$ et $AD = 4$. M est un point mobile sur le segment $[AD]$ et on pose $AM = x$.
On construit le rectangle $AMNP$ inscrit dans $ABCD$ comme indiqué sur la figure ci–contre.

1. Dans quel intervalle noté I varie x ?
2. Soit H le point tel que $ADCH$ soit un rectangle. En utilisant le théorème de Thalès, démontrer que $BP = x$.

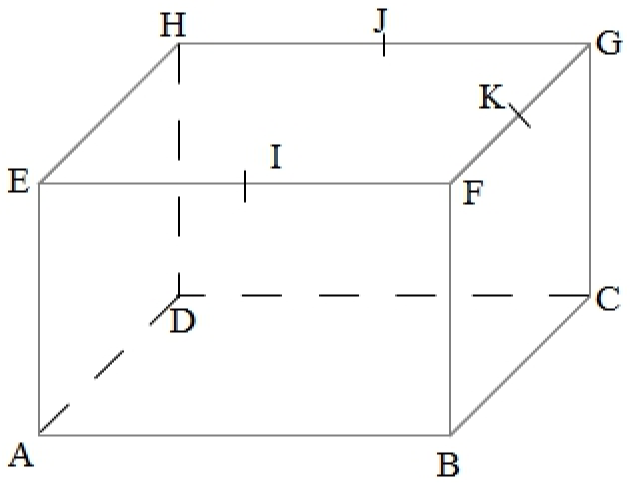
On peut donc à présent reporter toutes les informations concernant les longueurs de la figure :



3. Exprimer AP en fonction de x et en déduire que les aires de $AMNP$ et ADP sont données en fonction de x par : $\mathscr{A}_{AMNP} = 6x - x^2$ et $\mathscr{A}_{ADP} = 12 - 2x$.
4. L'aire du rectangle $AMNP$ peut-elle être égale à l'aire du triangle ADP ? Si oui, préciser dans quel(s) cas ; si non, expliquer pourquoi. On pourra utiliser la partie A.
5. L'aire du rectangle $AMNP$ peut-elle être égale à 10 cm^2 ? Si oui, préciser dans quel(s) cas ; si non, expliquer pourquoi. On pourra utiliser la partie A.

Exercice 2.

Soit $ABCDEFGH$ un pavé droit. I est le milieu de $[EF]$, J est le milieu de $[HG]$ et K est le milieu de $[FG]$.



Les réponses aux questions 1.**,** 2. **et** 3. **n'ont pas à être justifiées**.

1. Donner respectivement :
   (a) Une droite parallèle à la droite (IJ), non coplanaire au plan (EHF) et sécante à la droite (GB).
   (b) Une droite parallèle au plan (ABC), sécante au plan (FGC) et incluse dans le plan (HGF).
2. Donner la position relative des droites : (coplanaires, sécantes, parallèles ...)
   (a) (BH) et (BC). (b) (EG) et (BC).
3. Déterminer l'intersection des plans suivants et la tracer.
   (a) (EIA) et (FIC). (b) (JKD) et (ABD).
4. Sachant que $AB = 6$ cm, $BC = 3$ cm et $AE = 3$ cm.
   (a) Calculer le volume de la pyramide $BFIK$.
   (b) Calculer les longueurs AC, puis EC.

Exercice 3.

Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

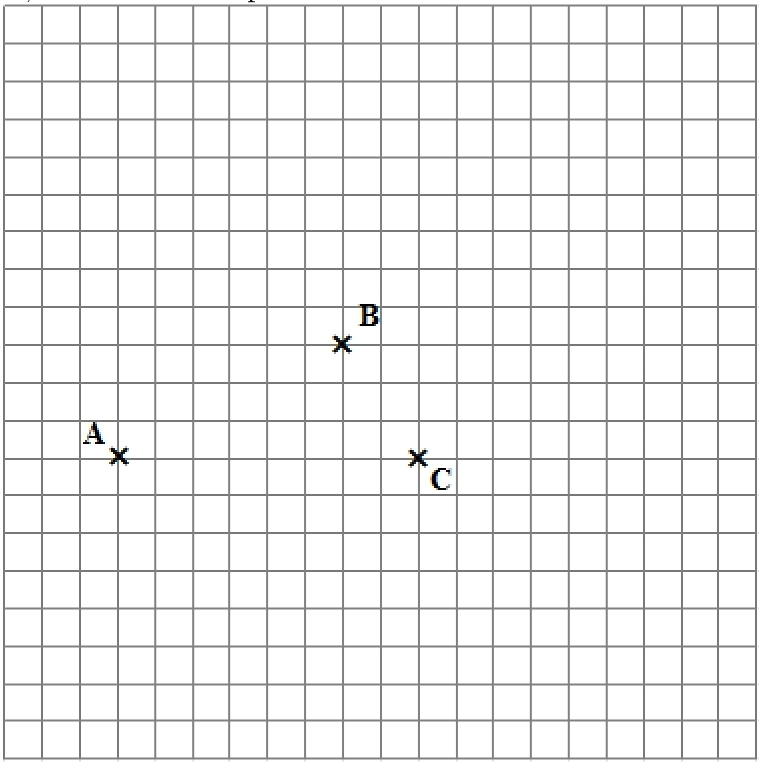
1. Sur l'énoncé, placer les points D, E, F et G définis par :

   (a) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.

   (b) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

   (c) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} + \dfrac{1}{3}.\overrightarrow{AB}$.

   (d) $\overrightarrow{AG} = 2.\overrightarrow{AB} - \dfrac{1}{2}.\overrightarrow{CA}$.



2. Dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$, on donne les points $A(-2;3)$, $B(1;4)$ et $C(4;-5)$.
   (a) Faire une figure, à compléter au fur et à mesure avec les nouveaux points.
   (b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   (c) Déterminer par le calcul les coordonnées du point $D(x_D; y_D)$ tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
   (d) Déterminer par le calcul les coordonnées du point $I(x_I; y_I)$, centre du parallélogramme $ABCD$.
   (e) Calculer la longueur AB.

Exercice 4.

On soumet à 40 candidats une liste de 10 questions dont voici les résultats :

Réponses justes	4	5	6	7	8	9	10
Effectifs	2	3	7	8	14	5	1
Effectifs cumulés croissants							

1. (a) Calculer le nombre moyen m de bonnes réponses. Le calcul effectué doit apparaître sur la copie.
   (b) Calculer le pourcentage des candidats ayant répondu juste à au moins 8 questions.
2. (a) Compléter le tableau avec les effectifs cumulés croissants.
   (b) Calculer en justifiant les calculs la médiane de cette série. Donner une interprétation concrète de cette médiane.
   (c) Calculer en justifiant les calculs le premier et le troisième quartile de cette série.