Correction du DNB Blanc

Soin et qualité de la rédaction de votre copie **/ 4 points**

Exercice 1 : **/ 5 points**

Voici une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur.

Dans cet exercice, on cherche à comprendre comment cette feuille a été remplie.

	A	B	C
1	216	126	90
2	126	90	36
3	90	36	54
4	54	36	18
5	36	18	18
6	18	18	0

1) En observant les valeurs du tableau, proposer une formule à entrer dans la cellule C1, puis à recopier vers le bas.

On constate que « 90 = 216 – 126 » donc la formule à saisir en C1 est : « =A1 – B1 ».

2) **Dans cette question, on laissera sur la copie toutes les traces de recherche. Elles seront valorisées.**

Le tableur fournit deux fonctions MAX et MIN. A partir de deux nombres, MAX renvoie la valeur la plus grande et MIN la plus petite. (exemple MAX(23;12)=23). Quelle formule a été entrée dans la cellule A2, puis recopiée vers le bas ?

On constate à chaque fois que dans la colonne A, on a le maximum entre le nombre de la colonne B et celui de la colonne C. La formule à rentrer dans la cellule A2 est : « =MAX(B1 :C1) ».

3) Que représente le nombre figurant dans la cellule C5, par rapport aux nombres 216 et 126 ?

Cette feuille de calculs contient une suite de soustractions à partir de 216 et 126. C'est l'algorithme des soustractions successives. Donc en C5, on a le PGCD de 216 et 126.

4) La fraction $\frac{216}{126}$ est-elle irréductible ? si ce n'est pas le cas, la rendre irréductible en détaillant les calculs.

La fraction n'est pas irréductible car d'après la feuille de calculs, 216 et 126 ne sont pas des nombres premiers entre eux car le PGCD est 18 et non 1.

Rendons-la irréductible : Comme PGCD (216 ; 126) = 18 alors $\frac{216}{126} = \frac{\cancel{18} \times 12}{\cancel{18} \times 7} = \frac{12}{7}$

Exercice 2 : / 3 points

1) Développer et réduire l'expression : (2n+5)(2n-5) où n est un nombre quelconque.

$$(2n + 5)(2n - 5) = (2n)^2 - 5^2$$

$$= 4n^2 - 25$$

2) En utilisant la question 1, calculer 205 x 195.

$$205 \times 195 = (200 + 5)(200 - 5)$$

$$= (2 \times 100 + 5)(2 \times 100 - 5)$$

$$= 4 \times 1002 - 25$$

$$= 4 \times 10\,000 - 25$$

$$= 40\,000 - 25$$

$$= 39\,975$$

Exercice 3 : / 5 points

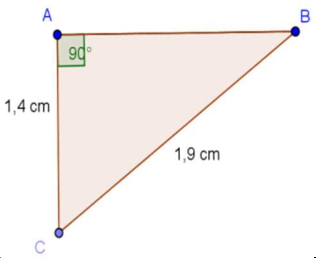
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.

Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Recopier le numéro de chaque question et la réponse exacte correspondante.

1	$\sqrt{(-5)^2}$	N'existe pas	Est égal à -5	Est égal à 5
2	Soit la fonction f définie par : $f(x) = 3x - (2x + 7)$	f est une fonction affine	f est une fonction linéaire	f n'est pas une fonction affine
3	Une expression développée de $(5x-3)^2$ est	$25x^2 - 30x + 9$	$5x^2 - 30x + 9$	$5x^2 - 15x + 9$
4	Si un point M appartient à la médiatrice d'un segment [AB] alors	Le triangle AMB est équilatéral	Le triangle AMB est rectangle en M	Le triangle AMB est isocèle en M
5	La longueur AB arrondie au mm près est 	1,2 cm	1,3 cm	1,285 cm

Justifions :

1. $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

On sait que la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas. Or (- 5)2 est un nombre positif car un carré est toujours positif. De plus, une racine carrée n'est jamais négative.
La seule réponse possible est : « Est égal à 5 ».

2. $f(x) = 3x - (2x + 7) = 3x - 2x - 7 = x - 7$

La fonction f a la forme $ax + b$ avec a = 1 et b = - 7. Donc « f est une fonction affine ».

3. $(5x - 3)^2 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2 =$ « $25x^2 - 30x + 9$ ».

4. Si un point M appartient à la médiatrice de [AB]

Alors M est équidistant des extrémités de ce segment c'est-à-dire que MA = MB.
Donc « MAB est un triangle isocèle en M ».

5. Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$1,9^2 = AB^2 + 1,4^2$

$3,61 = AB^2 + 1,96$

$AB^2 = 3,61 - 1,96$

$AB^2 = 1,65$

$AB = \sqrt{25}$

$AB \approx$ « 1,3 cm » (arrondi au mm, c'est-à-dire avec 1 chiffre après la virgule. A la calculatrice, on lit : 1,28…)

Exercice 4 : / 7 points

Il existe différentes unités de mesure de la température : en France on utilise le degré Celsius (°C), aux Etats Unis on utilise le degré Fahrenheit (°F).

Pour passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit, on multiplie le nombre de départ par 1,8 et on ajoute 32 au résultat.

1) Qu'indiquerait un thermomètre en degré Fahrenheit si on le plonge dans une casserole d'eau qui gèle ? On rappelle que l'eau gèle à 0°C.

L'eau gèle à 0°C et $0 \times 1,8 + 32 = 0 + 32 = 32$.

Le thermomètre indiquerait 32°F.

2) Qu'indiquerait un thermomètre en degré Celsius si on le plonge dans une casserole d'eau portée à 212°F ? Que se passe-t-il ?

En revenant en arrière, on a : $(212 - 32) : 1,8 = 180 : 1,8 = 100$.

Le thermomètre indiquerait 100°C.

L'eau bout à 100°C.

3) a) Si l'on note x la température en degré Celsius et $f(x)$ la température en degré Fahrenheit, exprimer $f(x)$ en fonction de x.

La fonction qui à la température donnée en degré Celsius donne la température en degré Fahrenheit est : $f(x) = 1{,}8x + 32$.

b) Comment nomme-t-on ce type de fonction ?

La fonction f a la forme ax + b avec a = 1,8 et b = 32 donc f est une fonction affine.

c) Quelle est l'image de 5 par le fonction f ?

$f(5) = 1{,}8 \times 5 + 32 = 9 + 32 = 41$ L'image de 5 par f est 41.

d) Quel est l'antécédent de 5 par la fonction f ?

$$1{,}8x + 32 = 5$$

$$1{,}8x + 32 - 32 = 5 - 32$$

$$1{,}8x = -27$$

$$\frac{1{,}8x}{1{,}8} = \frac{-27}{1{,}8}$$

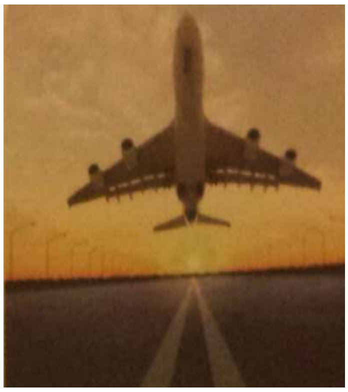
$$x = -15$$

L'antécédent de 5 par f est – 15.

e) Traduire en terme de conversion de température la relation $f(10) = 50$.

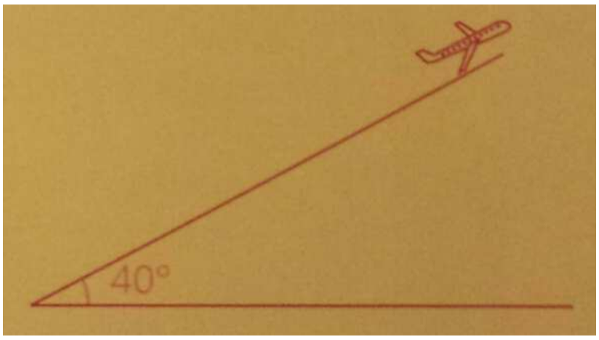
10°C correspondent à 50°F.

Exercice 5 : / 4 points



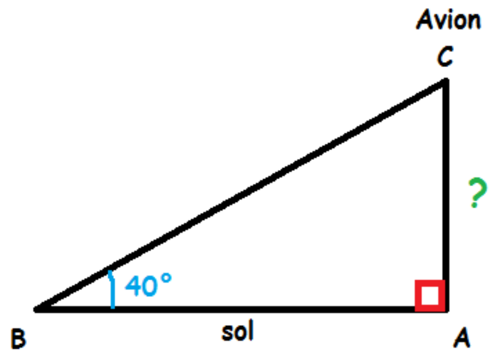
Un avion décolle et vole avec un angle constant de 40° par rapport au sol.

En admettant que sa vitesse est constante et égale à 200 $km.h^{-1}$, à quelle hauteur est-il au bout de 20 secondes ?



Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

On commence par schématiser la situation :



On sait que 1h = 3 600s.

On a alors : 200 km $\longrightarrow$ 1h

200 km $\longrightarrow$ 3 600s

? $\longrightarrow$ 20 s

$$? = \frac{20 \times 200}{3\ 600} = \frac{4\ 000}{3\ 600} = \frac{10}{9} \text{ km} \approx 1{,}1 \text{ km}$$

Au bout de 20 s, l'avion a parcouru $\frac{10}{9}$ km soit environ 1,1 km.

Le triangle ABC est rectangle en A et BC = $\frac{10}{9}$ km ≈ 1,1 km et $\widehat{BCA}$ = 40°.

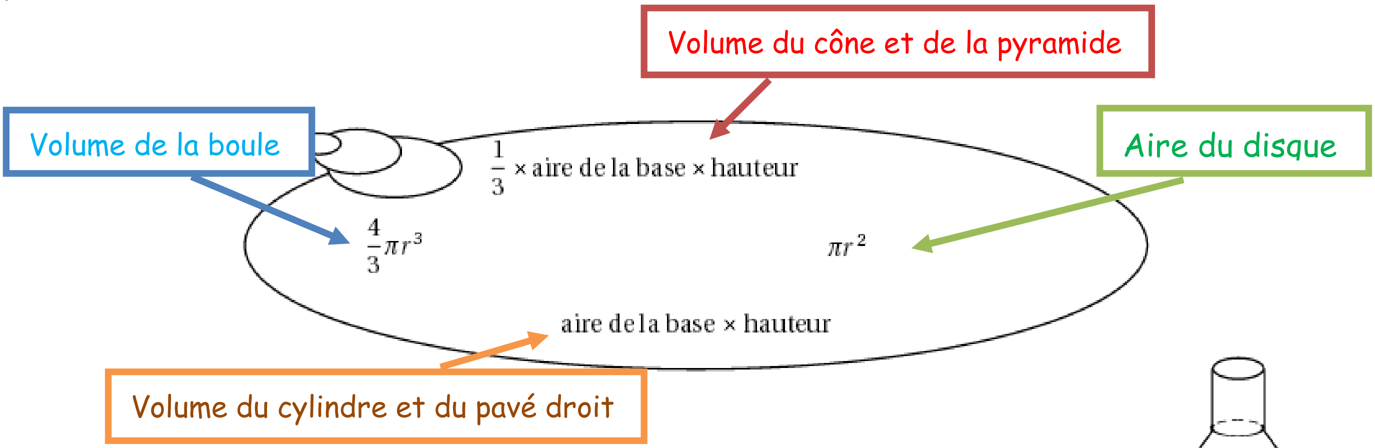
On a : $\sin \widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}$

$$\sin 40° = \frac{AC}{\frac{10}{9}}$$

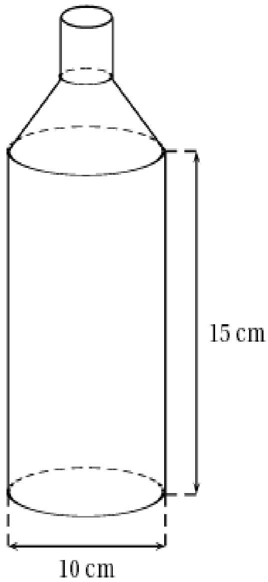
$AC = \frac{10}{9} \times \sin 40° \approx 0{,}7 \text{ km} = 700 \text{ m}$ L'avion se trouve à environ 700 m du sol.

Exercice 6 : / 5 points

Pense-bête : toutes les formules ci-dessous correspondent bien à des formules d'aires ou de volumes. On ne sait pas à quoi elles correspondent, mais elles peuvent quand même être utiles pour résoudre l'exercice ci-dessous.



Voici une bouteille constituée d'un cylindre et d'un tronc de cône surmonté par un goulot cylindrique. La bouteille est pleine lorsqu'elle est remplie jusqu'au goulot.



Les dimensions sont notées sur le schéma.

1) Calculer le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille puis en donner un arrondi au cm^3.

$\mathcal{V}_{cylindre}$ = aire de la base × hauteur

$= \pi r^2 \times h$ avec r = rayon = diamètre : 2 = 10 : 2 = 5 cm et h = 15 cm

$= \pi \times 5^2 \times 15$

$= \pi \times 25 \times 15$

$= 375\ \pi\ cm^3$

$\approx 393\ cm^3$ (On lit 392,6 à la calculatrice)

Le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille est 125 π cm^3 soit l'arondi au cm3, 393.

2) Pour obtenir le tronc de cône, on a coupé un cône par un plan parallèle à la base passant par O'.

La hauteur SO du grand cône est de 6 cm et la hauteur SO' du petit est égale à 2 cm.

Le rayon de la base du grand cône est de 5 cm.

a) Calculer le volume V_1 du grand cône de hauteur SO. Donner la valeur exacte.

$$\mathcal{V}_1 = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

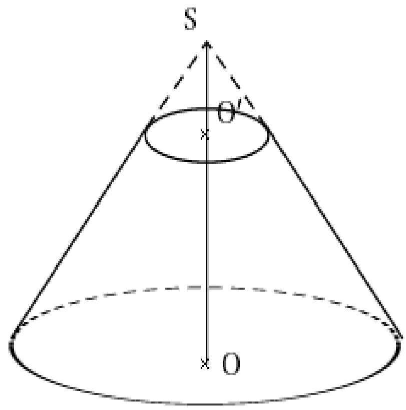
$$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h \qquad \text{avec } r = 5 \text{ cm et } h = SO = 6 \text{ cm}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 25 \times 6$$

$$= \frac{150}{3} \times \pi$$

$$= 50\,\pi \text{ cm}^3$$



Le volume exact du grand cône est $50\,\pi$ cm^3.

b) Montrer que le volume V_2 du tronc de cône est égal à $\frac{1\,300\,\pi}{27}$ cm^3. En donner une valeur arrondie au cm^3.

Pour obtenir le tronc de cône, on a coupé un cône par un plan parallèle à la base passant par O'. Donc le petit cône est une réduction du grand. On calcule le coefficient de réduction :

$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{2}{6} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{1}{3}$$

Et le volume du petit cône est : $V_1' = k^3 \times V_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 50\,\pi = \frac{1}{3^3} \times 50\,\pi = \frac{50\,\pi}{27}$ cm^3

D'où le volume du tronc de cône :

$$V_2 = V_1 - V_1' = 50\,\pi - \frac{50\,\pi}{27} = \frac{27 \times 50\,\pi}{27 \times 1} - \frac{50\,\pi}{27} = \frac{1\,350\,\pi}{27} - \frac{50\,\pi}{27} = \frac{1\,350\,\pi - 50\,\pi}{27} = \frac{1\,300\,\pi}{27} \text{ cm}^3$$

≈ 151 cm^3 (On lit 151,2 sur la calculatrice)

On trouve bien $\frac{1\,300\,\pi}{27}$ cm^3, l'arrondi à l'unité est 151 cm^3.

Exercice 7 : / 7 points

Voici le classement des médailles d'or reçues par les pays participant aux jeux olympiques pour le cyclisme masculin (Source : Wikipédia).

Bilan des médailles d'or de 1896 à 2008

Nation	Or
France	40
Italie	32
Royaume-Uni	18
Pays-Bas	15
États-Unis	14
Australie	13
Allemagne	13
Union soviétique	11
Belgique	6
Danemark	6
Allemagne de l'Ouest	6
Espagne	5
Allemagne de l'Est	4

Nation	Or
Russie	4
Suisse	3
Suède	3
Tchécoslovaquie	2
Norvège	2
Canada	1
Afrique du Sud	1
Grèce	1
Nouvelle-Zélande	1
Autriche	1
Estonie	1
Lettonie	1
Argentine	1

1) Voici un extrait du tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Nombre de médailles d'or	1	2	3	4	5	6	11	13	14	15	18	32	40	
2	Effectif	8	2	2	2	1	3	1	2	1	1	1	1	1	26

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule O2 pour obtenir le nombre total de pays ayant eu une médaille d'or ?

Dans la cellule O2, c'est l'effectif total. Le tableur doit donc calculer la somme des effectifs. Soit la formule à saisir : « =SOMME(B2 : N2) ».

2) a) Calculer la moyenne de cette série (arrondir à l'unité).

$$M = \frac{\text{Somme de toutes les médailles}}{\text{Effectif total}}$$

$$= \frac{1 \times 8 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 4 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 3 + 11 + 13 \times 2 + 14 + 15 + 18 + 32 + 40}{26}$$

$$= \frac{8 + 4 + 6 + 8 + 5 + 18 + 11 + 26 + 14 + 15 + 18 + 32 + 40}{26}$$

$$= \frac{205}{26}$$

≈ 8 (On lit 7,8 à la calculatrice.)

La moyenne de cette série est 8.

b) Déterminer la médiane de cette série.

L'effectif total 26 est pair. Et 26 : 2 = 13. Dans chaque groupe, il y a 13 valeurs et la médiane est la moyenne entre la 13^e et la 14^e valeur de la série.

On peut s'aider de l'effectif cumulé pour trouver la 13^e et la 14^e valeur.

Nombre de médailles d'or	1	2	3	4	5	6	11	13	14	15	18	32	40
Effectif	8	2	2	2	1	3	1	2	1	1	1	1	1
Effectif cumulé	8	10	12	14	15	18	19	21	22	23	24	25	26

13^e et 14^e valeurs

Donc Me = $\frac{4+4}{2} = \frac{8}{2} = 4$.   La médiane est 4.

c) Après avoir calculé l'étendue de cette série, donner un argument qui explique pourquoi les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes.

L'étendue est : 40 – 1 = 39.

L'étendue est très grande ce qui signifie que les valeurs de la série sont très dispersées. D'où la différence entre la moyenne et la médiane.

3) Pour le cyclisme masculin, 70% des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or. Quel est le nombre de pays qui n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze ? (Arrondir le résultat à l'unité)

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

70% des pays médaillés, c'est 26 pays. On note x le nombre de pays médaillés. D'où :

$$\frac{70}{100} \times x = 26$$

$$0{,}7x = 26$$

$$\frac{0{,}7x}{0{,}7} = \frac{26}{0{,}7}$$

$x \approx 37$ En tout, il y a environ 37 pays médaillés. (On lit 37,1 à la calculatrice)

Et 37 – 26 = 11 pays n'ont eu que des médailles de bronze ou d'argent.