Corrigé du Devoir Commun
Janvier 2015

Exercice 1 :

1.) On sait que le triangle ABC est rectangle en A et que l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 10°.
Or, dans un triangle rectangle, les deux angles à la base sont complémentaires.

On a donc :
$$\begin{aligned}\widehat{BCA} &= 90 - \widehat{ABC}\\ &= 90 - 10\\ &= 80°\end{aligned}$$
$\underline{\widehat{BCA} \text{ mesure } 80°.}$

2) Comme le triangle ABC est rectangle en A, on peut utiliser la trigonométrie :

$$\tan \widehat{CBA} = \frac{AC}{AB}$$
$$\tan \widehat{CBA} = \frac{AC}{AH + HB} \quad \text{en effet, A, H et B sont alignés.}$$
$$\tan 10° = \frac{AC}{500}$$
$$\text{d'où } AC = 500 \times \tan 10°$$
$$AC \simeq 88{,}2$$

<u>[AC] mesure environ 88,2m (arrondi au dixième).</u>

3)Comme le triangle ACB est rectangle en A, on peut utiliser la trignométrie. On a

$$\cos \widehat{CBA} = \frac{AB}{CB}$$
$$\cos 10° = \frac{500}{BC}$$
$$\text{d'où } BC = \frac{500}{\cos 10°}$$
$$BC \simeq 507{,}7$$

<u>[BC] mesure environ 507,7m (arrondi à 0,1 près).</u>

Remarque : on pouvait aussi utiliser le théorème de Pythagore.

4) Comme le triangle HDB est rectangle en H, on peut utiliser la trigonométrie. On a

$$\cos \widehat{DBH} = \frac{HB}{DB}$$
$$\cos 10° = \frac{400}{DB}$$
$$\text{d'où } DB = \frac{400}{\cos 10°}$$
$$DB \simeq 406{,}2$$

<u>Il reste au cycliste à parcourir environ 406,2m (arrondi à 0,1 près).</u>

Remarque : on pouvait aussi utiliser le théorème de Thalès.

5)Pour calculer la pente de la route, on divise la longueur de [CA] par celle de [AB] :

$p = \dfrac{AC}{AB}$

$p = \dfrac{88{,}2}{500}$ La pente de la route que le cycliste vient de descendre est d'environ 18%.

$p \simeq 0{,}18$

Exercice 2 :

1) Le numérateur et la dénominateur de la fraction sont deux nombres pairs, on peut donc simplifier la fraction $\dfrac{4114}{7650}$ au minimum par 2.

2) On utilise l'algorithme d'Euclide pour calculer le PGCD de 4 114 et 7 650 :

$$\begin{aligned} 7650 &= 4114 \times 1 + 3536 \\ 4114 &= 3536 \times 1 + 578 \\ 3536 &= 578 \times 6 + 68 \\ 578 &= 68 \times 8 + 34 \\ 68 &= 34 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

Le PGCD est le dernier reste non nul, PGCD(7650 ;4114)=34

3) On simplifie par le PGCD du numérateur et du dénominateur :

$$\frac{4114}{7650} = \frac{4114 : 34}{7650 : 34} = \frac{121}{225}$$

4) Comme , d'après ce qui précède, $4114 = 121 \times 34$ et $7650 = 225 \times 34$, on a :

$A = 5\sqrt{4114} - 4\sqrt{7650}$

$A = 5\sqrt{121 \times 34} - 4\sqrt{225 \times 34}$

$A = 5\sqrt{121} \times \sqrt{34} - 4 \times \sqrt{225} \times \sqrt{34}$

$A = 5 \times 11 \times \sqrt{34} - 4 \times 15 \times \sqrt{34}$

$A = 55\sqrt{34} - 60\sqrt{34}$

$A = (55 - 60)\sqrt{34}$

$A = -5\sqrt{34}$

Exercice 3 :

Exercice 4 :

1) a)

Pour $x = 2$

$E = (3 \times 2 - 2)(2 + 4) - 2(2^2 + 5 \times 2 - 4)$

$E = (6 - 2) \times 6 - 2(4 + 10 - 4)$

$E = 4 \times 6 - 2 \times 10$

$E = 24 - 20$

$E = 4$

Pour $x = -3$

$E = (3 \times (-3) - 2)(-3 + 4) - 2((-3)^2 + 5 \times (-3) - 4)$

$E = (-9 - 2) \times 1 - 2(9 - 15 - 4)$

$E = (-11) - 2 \times (-10)$

$E = -11 + 20$

$E = 9$

b) On peut supposer que pour $x = 6$, $E = 36$ et que pour $x = \dfrac{2}{3}$, on a $E = \dfrac{4}{9}$

Développement de E : $\begin{aligned} E &= (3x-2)(x+4) - 2(x^2+5x-4) \\ E &= 3x^2 + 12x - 2x - 8 - 2x^2 - 10x + 8 \\ E &= x^2 \end{aligned}$

2) a) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
b) On applique l'identité remarquable précédente avec $a = (2x-1)$ et $b = (3x+5)$

$F = (2x-1)^2 - (3x+5)^2$

$F = [(2x-1) + (3x+5)][(2x-1) - (3x+5)]$

$F = (2x - 1 + 3x + 5)(2x - 1 - 3x - 5)$

$F = (5x+4)(-x-6)$

1) On calcule $2h+p$, pour cela on commence par calculer la hauteur et la largeur d'une marche :
Il y a 6 marches identiques pour une hauteur totale de 96 cm, on a donc $h = 96 : 6 = 16$.
Il y a 5 marches identiques pour une profondeur totale de 55 cm, on a donc $p = 55 : 5 = 11$.
Donc $2h + p = 2 \times 16 + 11 = 43$
Les normes de construction de l'escalier sont respectées.

2) On suppose que le mur est perpendiculaire au sol donc que ABD est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 + BD^2 \\ &= 96^2 + (55+150)^2 \\ &= 96^2 + 205^2 \\ &= 51\,241 \end{aligned}$$

d'où $AD = \sqrt{51\,241}$

$AD \simeq 226cm$

La longueur du plan incliné demandé est conforme à la demande des habitués.

On calcule la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$ à l'aide de la trigonométrie : $\begin{aligned} \tan \widehat{ADB} &= \frac{AB}{BD} \\ &= \frac{96}{205} \\ \text{d'où } \widehat{ADB} &\simeq 25° \end{aligned}$

L'angle formé par le plan incliné est conforme à la demande des habitués.

Exercice 5 :
1) Dans la cellule 02 on a tapé : «=SOMME(B2 :N2)».
2) a) Calcul de la moyenne M de la série :

$$M = \frac{1 \times 8 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 4 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 3 + 11 \times 1 + 13 \times 2 + 14 \times 1 + 15 \times 1 + 18 \times 1 + 32 \times 1 +}{26}$$

$\simeq 8$

b) Il y a 26 valeurs, la médiane de cette série est dons la moyenne entre la 13ème et la 14ème valeur.
Ces deux valeurs étant 4, la médiane est 4.
Le nombre médian de médaille par pays est 4.

c) La médiane est la moyenne sont très différentes, en effet beaucoup de pays ont peu de médailles (8 pays n'ont qu'une médaille) et quelque rares pays en ont beaucoup, les disparités sont très forts.

3) Si 70% des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or, 30% de ceux-ci n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de cuivre.
On sait qu'il y a 26 pays médaillés ayant au moins une médaille d'or (d'après le tableau).
On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

	Pays ayant au moins une médaille d'or	Pays n'ayant aucune médaille d'or.
Nombre de pays	26	?
Pourcentage	70%	30%

On doit donc calculer $30 \times 26 : 70 \simeq 11$.
Onze pays médaillés n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze

L'inverse de $\dfrac{-2}{5}$ est :	$\dfrac{2}{5}$	$\dfrac{5}{2}$	$\boxed{\dfrac{-5}{2}}$
$\dfrac{1}{3}x + x$ est égale à	$\dfrac{2}{3}x$	$\boxed{\dfrac{4x}{3}}$	$\dfrac{1+x}{3}$
2^{-1} est :	un nombre négatif	égale à -2	$\boxed{\text{égale à 0,5}}$
$47{,}2 \times 10^{-4}$ est :	une écriture scientifique	$\boxed{\text{un nombre positif}}$	supérieur à 1
Si $a = 2^3 \times 3^4 \times 5 \times 7^2$ et $b = 2^7 \times 3^2 \times 7 \times 11^3$ alors le PGCD(a ; b) est :	$2^7 \times 3^4 \times 5 \times 7^3 \times 11^3$	$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$	$\boxed{2^3 \times 3^2 \times 7}$
Le PGCD de 36 et 102 est :	$\boxed{6}$	12	18
$\sqrt{16+4}$ est égal à :	4,472135955	$\sqrt{16} + \sqrt{4}$	$\boxed{\sqrt{20}}$
Pour $x = 2\sqrt{5}$, l'expression $x^2 + 4x + 1$ est égale à	$1 + 12\sqrt{5}$	$11 + 8\sqrt{5}$	$\boxed{21 + 8\sqrt{5}}$