

# Épreuve de mathématiques

## 2h00–100 points

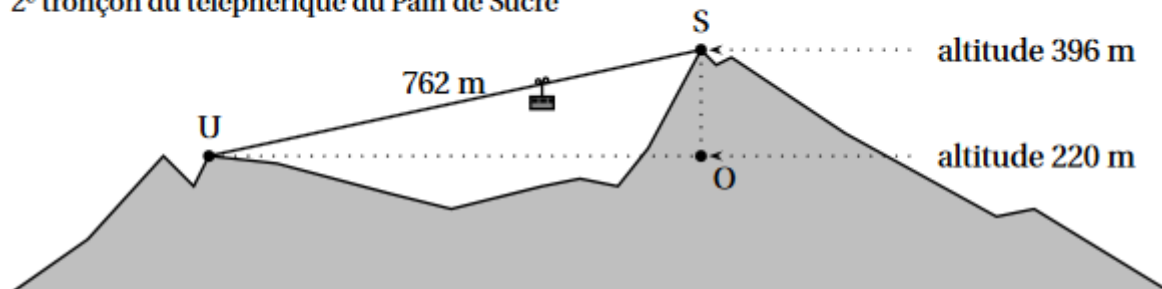
Ce sujet comporte 8 pages numérotées de 1 à 8.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

### Exercice 1 : (10 points) Amérique du sud 2016

Le mont du Pain de Sucre est un pic situé à Rio à flanc de mer. Il culmine à 396 mètres d'altitude et est accessible par un téléphérique composé de deux tronçons.

2<sup>e</sup> tronçon du téléphérique du Pain de Sucre



Le dessin ci-dessus n'est pas à l'échelle.

On a représenté ci-dessus le deuxième tronçon du téléphérique qui mène du point U au sommet S du pic.

On donne : Altitude du point S : 396 m  
Altitude du point U : 220 m

$US = 762$  m  
Le triangle UOS est rectangle en O.

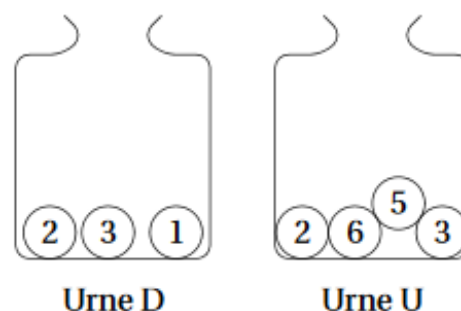
- Déterminer l'angle  $\widehat{O\dot{U}S}$  que forme le câble du téléphérique avec l'horizontale. On arrondira le résultat au degré.
- Sachant que le temps de trajet entre les stations U et S est de 6 min 30 s, calculer la vitesse moyenne du téléphérique entre ces deux stations en mètres par seconde. On arrondira le résultat au mètre par seconde.

## Exercice 2 : (15 points) Amérique du Nord 2018

Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-contre représente le contenu de chacune des urnes.

On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D;
- le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.



Exemple : en tirant la boule (1) de l'urne D et ensuite la boule (5) de l'urne U, on forme le nombre 15.

1. A-t-on plus de chance de former un nombre pair que de former un nombre impair ?
2. a. Sans justifier, indiquer les nombres premiers qu'on peut former lors de cette expérience.  
b. Montrer que la probabilité de former un nombre premier est égale à  $\frac{1}{6}$ .
3. Définir un évènement dont la probabilité de réalisation est égale à  $\frac{1}{3}$ .

## Exercice 3 : (10 points) Polynésie septembre 2018

Un collégien français et son correspondant anglais ont de nombreux centres d'intérêt communs comme le basket qu'ils pratiquent tous les deux.

Le tableau ci-dessous donne quelques informations sur leurs ballons.



<b>Ballon du collégien français</b>	<b>Ballon du correspondant anglais</b>
$A \approx 1\,950 \text{ cm}^2$	$D \approx 9,5 \text{ inch}$
$A$ désigne l'aire de la surface du ballon et $r$ son rayon. On a $A = 4 \times \pi \times r^2$ .	$D$ désigne le diamètre du ballon. L'inch est une unité de longueur anglo-saxonne. On a $1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$ .

Pour qu'un ballon soit utilisé dans un match officiel, son diamètre doit être compris entre 23,8 cm et 24,8 cm.

1. Le ballon du collégien français respecte-t-il cette norme ?
2. Le ballon du collégien anglais respecte-t-il cette norme ?

### Exercice 4 : (20 points) Pondichery 2018

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none"><li>• Choisir un nombre</li><li>• Soustraire 3</li><li>• Calculer le carré du résultat obtenu</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Choisir un nombre</li><li>• Calculer le carré de ce nombre</li><li>• Ajouter le triple du nombre de départ</li><li>• Ajouter 7</li></ul>

1. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A.  
Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.
2. Tidjane choisit le nombre  $-5$  et applique le programme B. Quel résultat obtient-il?
3. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3?

		B2	= (B1-3)*(B1-3)					
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25
4								



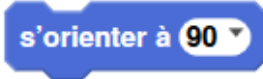
4. Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle  $x$  le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de  $x$ .
  - a. Montrer que le résultat du programme A en fonction de  $x$  peut s'écrire sous forme développée et réduite :  $x^2 - 6x + 9$ ,
  - b. Écrire le résultat du programme B.
  - c. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat?  
Si oui, lequel?

## Exercice 5 : (10 points)

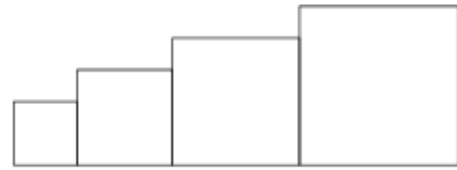
Amérique du Nord 2018

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

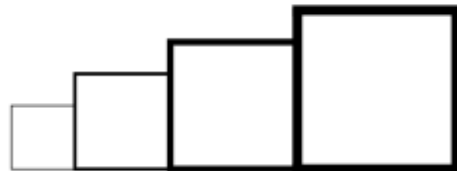
Simon travaille sur un programme. Voici des copies de son écran :

Script principal	Bloc Carré
	
	<p data-bbox="997 1097 1181 1131"><b>Information</b></p> <p data-bbox="837 1153 1332 1254">L'instruction  signifie qu'on se dirige vers la droite.</p>

1. Il obtient le dessin ci-contre.
  - a. D'après le script principal, quelle est la longueur du côté du plus petit carré dessiné?
  - b. D'après le script principal, quelle est la longueur du côté du plus grand carré dessiné?



2. Dans le script principal, où peut-on insérer l'instruction **ajouter 2 à la taille du stylo** de façon à obtenir le dessin ci-contre?



3. On modifie maintenant le script principal pour obtenir celui qui est présenté ci-contre :  
Parmi les dessins ci-dessous, lequel obtient-on?

<b>Dessin 1</b>
<b>Dessin 2</b>
<b>Dessin 3</b>

```

quand  est cliqué
  aller à x : -200 y : 0
  s'orienter à 90
  effacer tout
  mettre la taille du stylo à 1
  mettre côté à 40
  répéter 4 fois
    carré
    avancer de côté + 30
    ajouter à côté 20
  
```

### Exercice 6 : (20 points) Amérique du sud 2018

Dans tout l'exercice, on étudie les performances réalisées par les athlètes qui ont participé aux finales du 100 m masculin des Jeux Olympiques de 2016 et de 2012.  
On donne ci-dessous des informations sur les temps mis par les athlètes pour parcourir 100 m.

#### Finale du 100 m aux Jeux Olympiques de 2016 : Temps réalisés par tous les finalistes :

10,04 s	9,96 s	9,81 s	9,91 s	10,06 s	9,89 s	9,93 s	9,94 s
---------	--------	--------	--------	---------	--------	--------	--------

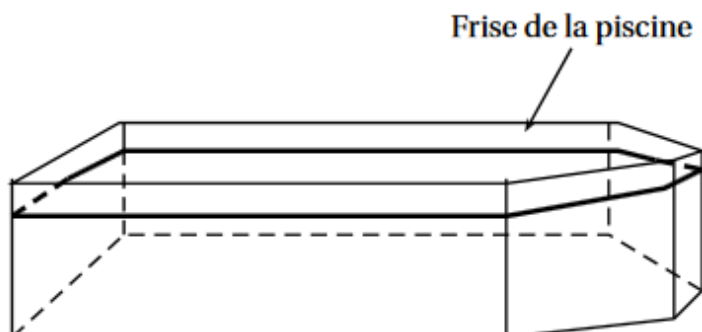
#### Finale du 100 m aux Jeux Olympiques de 2012 :

•	nombre de finalistes	.....	8
•	temps le plus long	.....	11,99 s
•	étendue des temps	.....	2,36 s
•	moyenne des temps	.....	10,01 s
•	médiane des temps	.....	9,84 s

1. Quel est le temps du vainqueur de la finale en 2016?
2. Lors de quelle finale la moyenne des temps pour effectuer 100 m est-elle la plus petite?
3. Lors de quelle finale le meilleur temps a-t-il été réalisé?
4. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse?  
**Affirmation** : « Seulement trois athlètes ont mis moins de 10 s à parcourir les 100 m de la finale de 2012 ».
5. Quelle est la médiane des temps en 2016 ? Justifier.

## Exercice 7 : (15 points) polynésie septembre 2018

1<sup>re</sup> partie



Une personne possède une piscine.  
Elle veut coller une frise en carrelage au niveau de la ligne d'eau.

La piscine vue de haut, est représentée à l'échelle par la partie grisée du schéma ci-après.



Données :

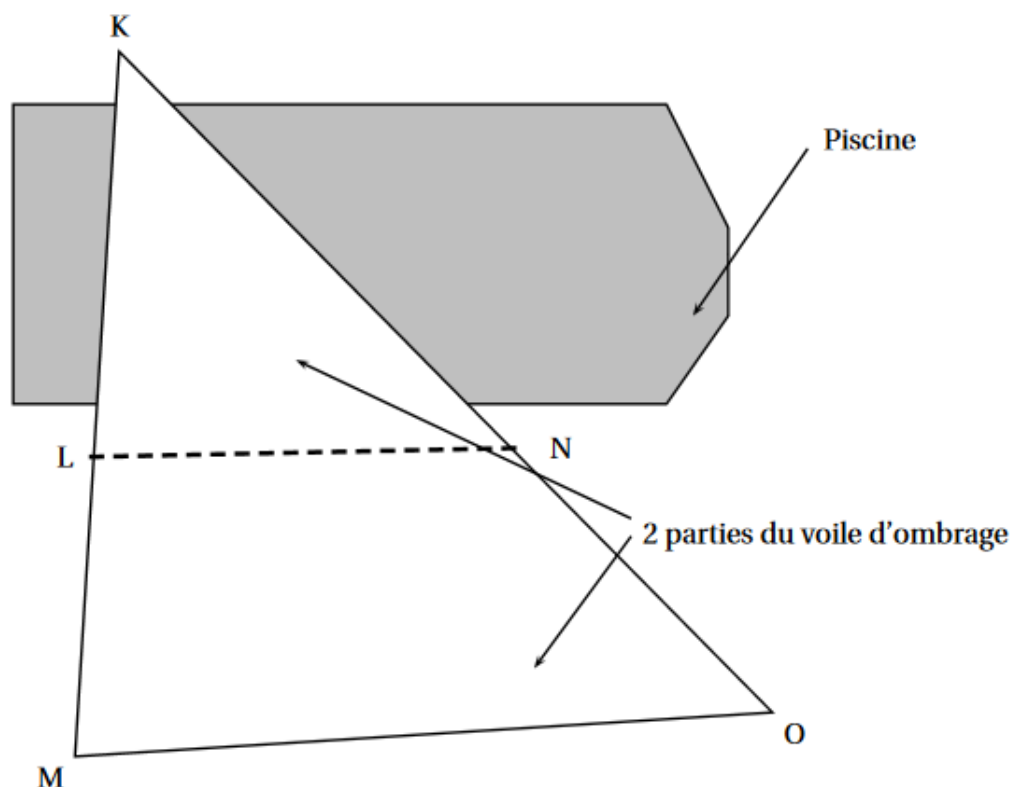
- le quadrilatère ACFH est un rectangle;
- le point B est sur le côté [AC] et le point G est sur le côté [FH];
- les points D et E sont sur le côté [CF];
- $AC = 10$  m;  $AH = 4$  m;  $BC = FG = 2$  m;  $CD = EF = 1,5$  m.

Question :

Calculer la longueur de la frise.

## 2<sup>e</sup> partie

La personne décide d'installer, au-dessus de la piscine, une grande voile d'ombrage qui se compose de deux parties détachables reliées par une fermeture éclair comme le montre le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.



### Données :

- la première partie couvrant une partie de la piscine est représentée par le triangle KLN ;
- la deuxième partie est représentée par le trapèze LMON de bases [LN] et [MO] ;
- la fermeture éclair est représentée par le segment [LN] ;
- les poteaux, soutenant la voile d'ombrage positionnés sur les points K, L et M, sont alignés ;
- les poteaux, soutenant la voile d'ombrage positionnés sur les points K, N et O, sont alignés ;
- $KL = 5 \text{ m}$  ;  $LM = 3,5 \text{ m}$  ;  $NO = 5,25 \text{ m}$  ;  $MO = 10,2 \text{ m}$ .

### Question :

Calculer la longueur de la fermeture éclair.