BREVET BLANC N°1

11 décembre 2019

Corrigé

MATHÉMATIQUES

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (circulaire n°99 - 186 du 16 novembre 1999).
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

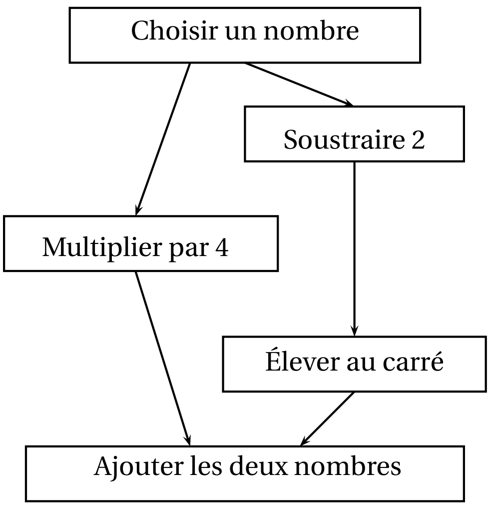
Tous les calculs doivent être détaillés et toutes les réponses justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Collège François Mitterrand
Durée de l'épreuve 2 h 00

Exercice 1 : (16 points)

Voici deux programmes de calcul :

PROGRAMME A



PROGRAMME B

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 6 au résultat.

1. (a) Montrer que, si l'on choisit le nombre 5, le résultat du programme A est 29.
   En choisissant 5, on obtient à gauche $5 \times 4 = 20$ et à droite $5 - 2 = 3$, puis $3^2 = 9$ et finalement la somme $20 + 9 = 29$. (2 pts)

   (b) Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5 ?
   On obtient : $5 \to 5^2 = 25 \to 25 + 6 = 31$. (2 pts)

2. Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 + 4$.
   À partir de x le programme A donne :
   $x \to 4x$ à gauche $(x-2)$ puis $(x-2)^2$ et en faisant la somme :
   $4x + (x-2)^2 = 4x + x^2 + 4 - 4x = x^2 + 4$. (2 pts)

3. Quel est le résultat du programme B si l'on nomme x le nombre choisi ? Le programme B donne à partir de x :
   $x \to x^2 \to x^2 + 6$. (2 pts)

4. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :

   (a) « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du programme B est $\frac{58}{9}$. »
   $\frac{2}{3} \to \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{4}{9} + 6 = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{58}{9}$: l'affirmation est vraie. (2 pts)

   (b) « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du programme B est un nombre entier impair. »
   Si x est pair, alors x^2 est pair et $x^2 + 6$ est pair : l'affirmation est fausse. (2 pts)

(c) « Le résultat du programme B est toujours un nombre positif. »
Quel que soit le nombre x, $x^2+6 \geqslant 6 > 0$: l'affirmation est vraie (2 pts)

(d) « Pour un même nombre entier choisi, les résultats des programmes A et B sont ou bien tous les deux des entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs. »
- si x est pair, alors x^2 et x^2+4 sont pairs et x^2+6 est pair ;
- si x est impair, alors x^2 est impair et x^2+4 est impair et x^2+6 est impair : l'affirmation est vraie. (2 pts)

Exercice 2 : (16 points)

On considère l'expresssion suivante :

$$E=(3x-1)^2-(3x-1)(x+2).$$

1. Développer et réduire E.(4 pts)

$$\begin{aligned} E &= (3x-1)^2-(3x-1)(x+2).\\ E &= [9x^2-6x+1]-[3x^2+6x-x-2]\\ E &= [9x^2-6x+1]-[3x^2+5x-2]\\ E &= 9x^2-6x+1-3x^2-5x+2\\ E &= 6x^2-11x+3. \end{aligned}$$

2. Factoriser E. (4 pts)

$$\begin{aligned} E &= (3x-1)^2-(3x-1)(x+2)\\ E &= (3x-1)(3x-1)-(3x-1)(x+2)\\ E &= (3x-1)[3x-1-(x+2)]\\ E &= (3x-1)[3x-1-x-2]\\ E &= (3x-1)(2x-3). \end{aligned}$$

3. Calculer E pour $x=\frac{1}{3}$. (4 pts)

$$\begin{aligned} E &= (3x-1)(2x-3)\\ E &= (3\times\frac{1}{3}-1)(2\times\frac{1}{3}-3)\\ E &= (1-1)(2\times\frac{1}{3}-3)\\ E &= 0. \end{aligned}$$

4. Résoudre l'équation $(3x-1)(2x-3)=0$. (4 pts)

$$\begin{aligned} 3x-1=0 \quad &\text{ou}\quad 2x-3=0\\ 3x=1 \quad &\text{ou}\quad 2x=3\\ x=\frac{1}{3} \quad &\text{ou}\quad x=\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$\frac{1}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont les deux solutions de cette équation.

Exercice 3 : (14 points)

Un bijoutier achète un lot de 220 perles de Tahiti. Un contrôleur qualité s'intéresse à leurs formes (ronde ou baroque) et à leurs couleurs (grise ou verte).

- 35 % des perles sont de couleur verte, et parmi celles-ci 13 sont de forme ronde.
- Il y a 176 perles de forme baroque,

1. Pour obtenir le nombre de perles vertes à partir des informations données dans l'énoncé, quelle formule doit-il saisir en D3 ? Parmi les quatre formules proposées, recopier sur votre copie la bonne formule :

   =D4*1,35 | 220*35 / 100 | =D4 * 0,35 | =B3 + C3

   La bonne formule est : =D4 * 0,35 (2 pts)

2. Le tableau sur (8 pts)

	A	B	C	D
1		Rondes	Baroques	Total
2	Grises	31	112	143
3	Vertes	13	64	77
4	Total	44	176	220

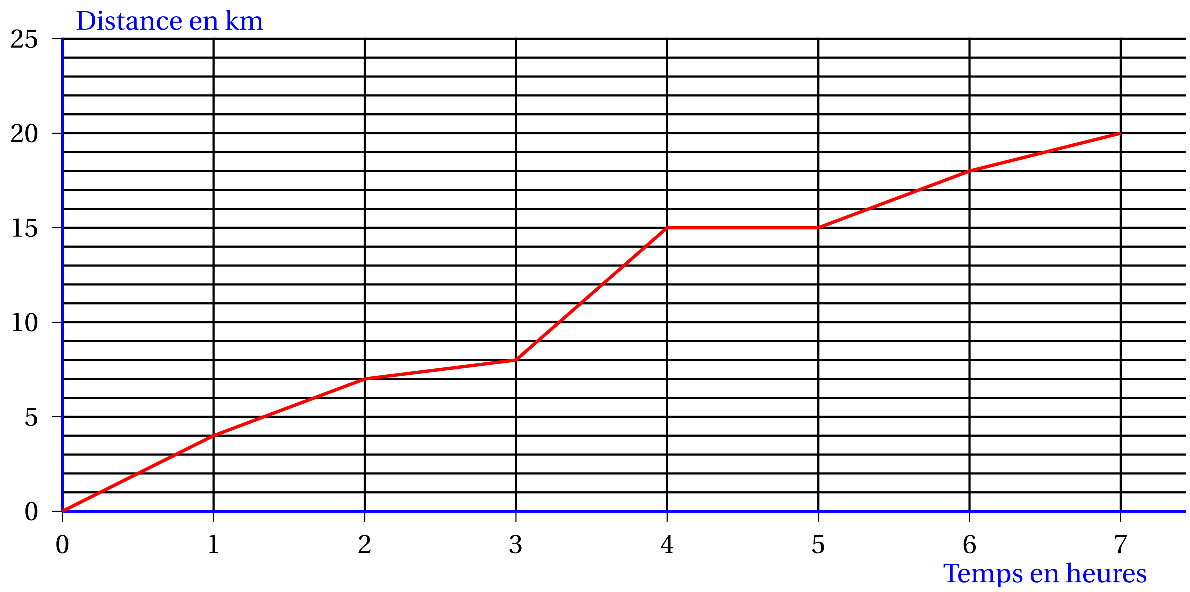
3. On choisit au hasard une perle de ce lot.

   (a) Quelle est la probabilité pour que cette perle soit de forme baroque ?
   Soit B l'événement : "Choisir une perle baroque".
   $P(B) = \frac{176}{220} = \frac{88}{110} = \frac{44}{55} = \frac{4}{5}$. (2 pts)

   (b) Quelle est la probabilité de tirer une perle baroque verte ?
   Soit V l'événement : "Choisir une perle baroque".
   $P(V) = \frac{64}{220} = \frac{16}{55}$. (2 pts)

Exercice 4 : (14 points)

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-dessous donne la distance parcourue en km en fonction du temps en heures.



1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.
   Ce graphique ne traduit pas une situation de proportionnalité car la courbe n'est pas une droite passant par l'origine. (2 pts)

2. On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

   (a) Quelle est la durée totale de cette randonnée ?
   La randonnée a duré 7 heures. (2 pts)

   (b) Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total ?
   La famille a parcouru 20 km. (2 pts)

   (c) Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ?
   Au bout de six heures la famille a parcouru 18 km. (2 pts)

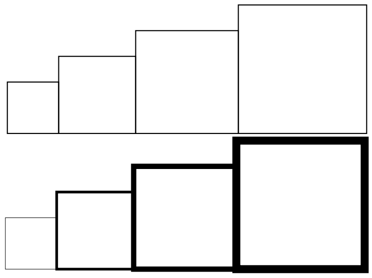
   (d) Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers kilomètres ?
   La famille a parcouru 8 km en 3 heures. (2 pts)

(e) Que s'est-il passé entre la 4^e et la 5^e heure de randonnée ?
Entre la 4^e et la 5^e heure la distance parcourue n'a pas augmenté : ceci signifie que la famille s'est arrêtée. (2 pts)

3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée. Cette famille est-elle expérimentée ? Justifier la réponse.
Un randonneur expérimenté parcourt $7 \times 4 = 28$ km en 7 heures. La famille n'en a fait que 20 : elle n'est pas expérimentée. (2 pts)

Exercice 5 : (8 points)

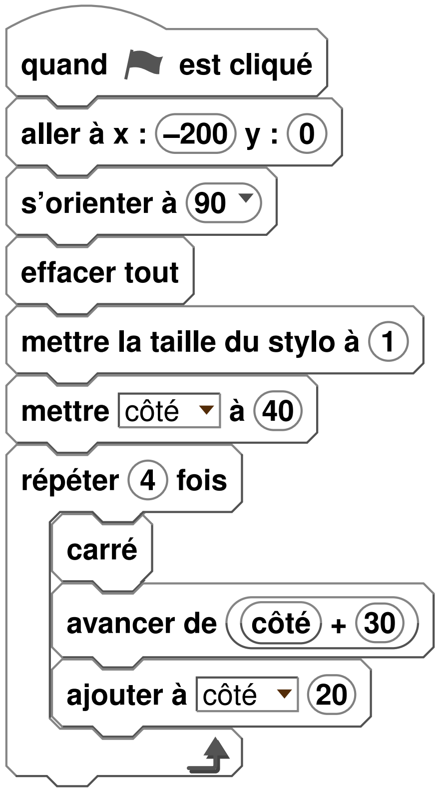
1. Il obtient le dessin ci-contre.



(a) D'après le script principal, quelle est la longueur du côté du plus petit carré dessiné ?
Au départ "côté" est mis à 40; le premier carré a ses côtés de longueur 40. (2 pts)

(b) D'après le script principal, quelle est la longueur du côté du plus grand carré dessiné ?

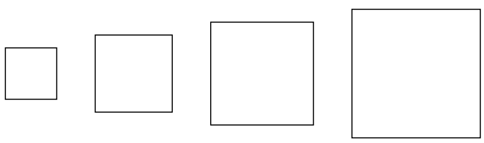
À chaque fois côté est augmenté de 20, donc le dernier carré a pour longueur de ses côtés : $40 + 20 + 20 + 20 = 100$. (2 pts)



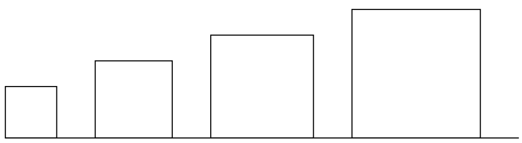
2. Dans le script principal, où peut-on insérer l'instruction **ajouter 2 à la taille du stylo** de façon à obtenir le dessin ci-contre ?
Il faut augmenter la taille du stylo à la fin de chaque tracé de carré, donc après l'instruction : ajouter à côté 20. (2 pts)

3. On modifie maintenant le script principal pour obtenir celui qui est présenté ci-contre : Parmi les dessins ci-dessous, lequel obtient-on ?
On obtient le dessin n^o 3. (2 pts)

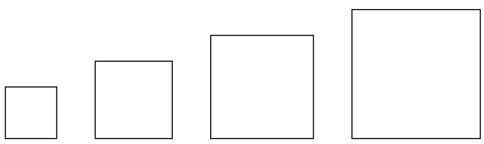
Dessin 1



Dessin 2

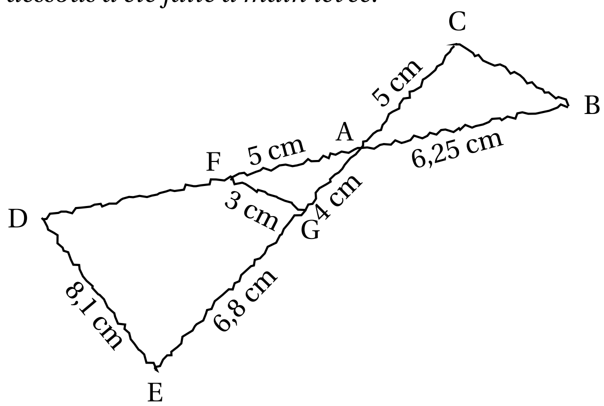


Dessin 3



Exercice 6 : (20 points)

Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C. De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

1. Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.(5 pts)
   Vérifions que : $FA^2 = FG^2 + GA^2$.
   D'une part : $FA^2 = 5^2 = 25$.
   D'autre part : $FG^2 + GA^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.
   L'égalité est vérifiée, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le traingle AFG est rectangle en G.
2. Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].(6 pts)
   On sait que :
   Les droites (AF) et (AG) sont sécantes en A.
   Les droites (FG) et (DE) sont parallèles.
   Alors, d'après la propriété de Thalès : $\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$.
   Soit, $\frac{5}{AD} = \frac{4}{10,8} = \frac{3}{8,1}$.
   Ainsi, $AD = \frac{5\times10,8}{4} = 13,5\ cm$ et $FD = 13,5 - 5 = 8,5\ cm$.
3. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.(6 pts)
   On sait que : Les points F ; A ; B et G ; A ; C sont alignés dans le même ordre.
   Vérifions que : $\frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$.
   D'une part : $\frac{AF}{AB} = \frac{5}{6,25} = \frac{4}{5}$.
   D'autre part : $\frac{AG}{AC} = \frac{4}{5}$.
   L'égalité est vérifiée, alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (FG) et (BC) sont parallèles.
4. Montrer que les deux triangles AFG et ABC sont semblables.(3 pts)
   Les deux angles $\widehat{FAG}$ et $\widehat{CAB}$ sont opposés par le sommet A et donc égaux.
   Les deux angles $\widehat{AFG}$ et $\widehat{CBA}$ sont alternes-internes et donc égaux car (FG) // (BC).
   Les deux angles $\widehat{FGA}$ et $\widehat{ACB}$ sont alternes-internes et donc égaux car (FG) // (BC).
   Les deux triangles AGF et ACB ont, deux à deux, des angles de même mesure, ils sont donc semblables.

   Sinon, étant donné que les conditions nécessaires à l'utilisation de la propriété de Thalès sont vérifiées, on a :

   $$\frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC} = \frac{FG}{BC}.$$

   Par conséquent, les triangles AFG et ABC sont semblables.
   Attention : moins 1 point si les unités sont oubliées, idem si les notations ne sont pas respectées.

Exercice 7 : (12 points)

Peio, un jeune Basque décide de vendre des glaces du 1er juin au 31 août inclus à Hendaye.

Pour vendre ses glaces, Peio hésite entre deux emplacements :

— une paillotte sur la plage
— une boutique au centre-ville.

En utilisant les informations ci-dessous, aidez Peio à choisir l'emplacement le plus rentable.

Information 1 : les loyers des deux emplacements proposés :
- la paillotte sur la plage : 2 500 € par mois.
- la boutique au centre-ville : 60 € par jour.

Information 2 : la météo à Hendaye
Du 1$^{\text{er}}$ juin au 31 août inclus :
- Le soleil brille 75 % du temps
- Le reste du temps, le temps est nuageux ou pluvieux.

Information 3 : prévisions des ventes par jour selon la météo :

	Soleil	Nuageux - pluvieux
La paillotte	500 €	50 €
La boutique	350 €	300 €

On rappelle que le mois de juin comporte 30 jours et les mois de juillet et août comportent 31 jours.

Toute piste de recherche même non aboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

- **Sur la plage** :

Peio paiera 3 mois à 2 500 soit $3 \times 2500 = 7500$ € de location de paillote. (2 pts)
Il encaissera les trois quarts du temps soit $0,75 \times 92$ jours 500 € par jour et le reste du temps soit $0,25 \times 92$ jours 50 € par jour.
Ses recettes pour tout l'été s'élèveront donc à : (2 pts)

$$0,75 \times 92 \times 500 + 0,25 \times 92 \times 50 = 34\,500 + 1\,150 = 35\,650 \text{ €}.$$

Il gagnera donc sur la plage (1 pt) :

$$35\,650 - 7\,500 = 28\,150 \text{ €}.$$

- **En ville** :

Peio paiera 92 jours à 60 soit $92 \times 60 = 5\,520$ € de location. (2 pts)
Il encaissera les trois quarts du temps soit $0,75 \times 92$ jours 350 € par jour et le reste du temps soit $92 \times 0,25$ jours 300 € par jour.
Ses recettes pour tout l'été s'élèveront donc à :(2 pts)

$$0,75 \times 92 \times 350 + 0,25 \times 92 \times 300 = 24\,150 + 6\,900 = 31\,050 \text{ €}.$$

Il gagnera donc en ville : (1 pt)

$$31\,050 - 5\,520 = 25\,530 \text{ €}.$$

- **Conclusion** : (2 pts)

Peio gagnera plus sur la plage.