Année scolaire 2016-2017 Classe de $3^{ème}$	Mathématiques	6 décembre 2016
	Brevet Blanc N°1	Durée : 1h50min

Consignes :

La présentation, l'orthographe, la rédaction, la notation mathématique et la maîtrise de la langue seront notées sur 5 points.

Le sujet est composé de 8 exercices.
Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de son choix.

L'usage de la calculatrice est autorisé
(Il est interdit de se les échanger) ainsi que les instruments usuels de dessin.

Exercice N°1 (6 points) (compétence « calculer »)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.
Pour chaque question, indiquer sur la copie son numéro et la lettre correspondant à la bonne réponse.
Chaque réponse exacte rapporte 0,5 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. La factorisation de $9x^2 - 64$ est :	$(3x - 8)^2$	$(3x - 8)(3x + 8)$	$(9x - 8)(9x + 8)$
2. Le double de 2^5 est	4^5	2^6	2^{10}
On considère la fonction f tel que $f(x) = x^2 - 8$			
3. L'image de -1 par la fonction f est :	-10	-9	-7
4. Le(s) antécédent(s) de 9 par la fonction f est :	–3 et 3	3	autres
5. La décomposition en produit de facteurs premiers de 228 est :	$2^2 \times 3 \times 19$	$3 \times 4 \times 19$	$2 \times 6 \times 19$
6. Fred parcourt 16 km à 12 $km.h^{-1}$. Il a roulé pendant …	1h33	45min	1h20

Exercice N°2 (8 points) (compétences « chercher » et « raisonner »)

Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

1. Étude d'un exemple : 5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.

   a. Calculer $5 \times 7 + 1$.
   b. Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?

2. Le tableau ci-après montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit de ces nombres impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x+1$	$2x+3$	$(2x+1)(2x+3)$	$(2x+1)(2x+3)+1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

a. D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?
b. Montrer que cet entier est un multiple de 4.
c. Parmi les quatre formules de calcul tableur suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles ? Aucune justification n'est attendue

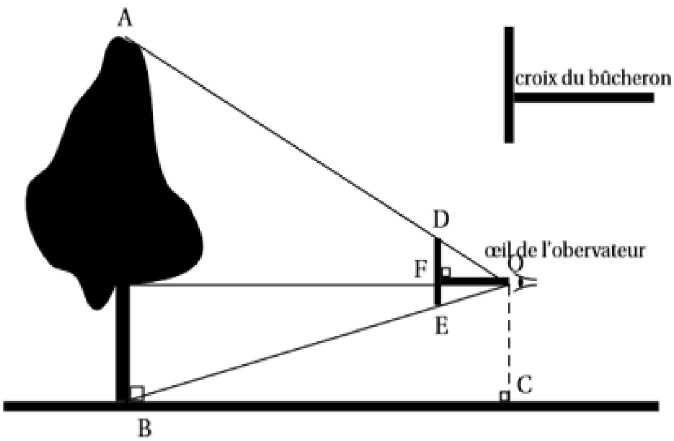
Formule 1 : = (2*A3 + 1)*(2*A3 + 3)
Formule 2 : = (2*B3 + 1)*(2*C3 + 3)

Formule 3 : = B3*C3
Formule 4 : = (2*D3 + 1)*(2*D3 + 3)

3. Étude algébrique :
a. Développer et réduire l'expression $(2x + 1)(2x + 3) + 1$.
b. Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Exercice N°3 (7 points) (compétences « raisonner » et « calculer »)

Julien veut mesurer un jeune chêne avec une croix de bûcheron comme le montre le schéma ci-contre.



Il place la croix de telle sorte que O, D et A d'une part et O, E et B d'autre part soient alignés.
Il sait que DE = 20 cm et OF = 35 cm. Il place [DE] verticalement et [OF] horizontalement.
Il mesure au sol BC = 7,7 m.

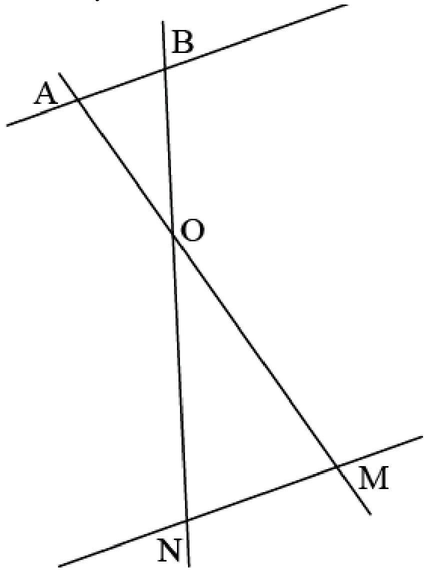
1) Le triangle ABO est un agrandissement du triangle ODE.
   Justifier que le coefficient d'agrandissement est 22.
2) Calculer la hauteur de l'arbre en mètres.
3) Certaines croix de bûcheron sont telles que DE = OF. Quel avantage apporte ce type de croix ?

4) Julien enroule une corde autour du tronc de l'arbre à 1,5 m du sol. Il mesure ainsi une circonférence de 138 cm. Quel est le diamètre de cet arbre à cette hauteur ? Donner un arrondi au centimètre près.

Exercice N°4 (6 points) (compétence « raisonner »)

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.

Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en O.
Les dimensions sont en centimètres.
On donne : OA = 3 ; OB = 2,5 ; OM = 5,4 ; ON = 4,5.



1) Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
2) On suppose que AB = 1,2. Calculer la distance MN.
3) Choisir parmi les quatre nombres suivants celui qui est égal au quotient : $\dfrac{\text{aire du triangle OMN}}{\text{aire du triangle OAB}}$

   a) 0,55 b) 1,8 c) 3,24 d) 3,6

   Sur votre copie, indiquer ce nombre (sans justification).

Exercice N°5 (4 points) (compétence « calculer »)

Voici un programme de calcul sur lequel travaillent quatre élèves.
Voici ce qu'ils affirment :

Sophie : « Quand je prends 4 comme nombre de départ, j'obtiens 8 »

Martin : « En appliquant le programme à 0, je trouve 0. »

Gabriel : « Moi, j'ai pris – 3 au départ et j'ai obtenu – 9. »

Faïza : « Pour n'importe quel nombre choisi, le résultat final est égal au double du nombre de départ. »

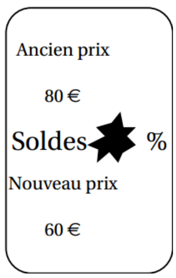
- Prendre un nombre
- Lui ajouter 8
- Multiplier le résultat par 3
- Enlever 24
- Enlever le nombre de départ

Pour chacun de ces quatre élèves, expliquer s'il a raison ou tort.

Exercice N°6 (5 points) (compétences « calculer » et « raisonner »)

1. Quentin voulait s'acheter 3 bandes dessinées. Mais une fois au magasin, il en a choisi 5. Cela lui coûtera 18 € de plus que ce qu'il avait prévu pour 3 BD.
Combien coûte chaque bande dessinée ?

2. Quel est le nombre caché par la tâche sur l'étiquette ci-contre ?



3. 2048 est une puissance de 2. Laquelle ?

4. En factorisant l'expression $36 - 4x^2$, Julie a obtenu $(6 - 2x)^2$.
A-t-elle raison ?

5. Calculer le PGCD de 110 et 88 par la méthode de votre choix.

Exercice N°7 (5 points) (compétences « chercher » et « raisonner »)

Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques.

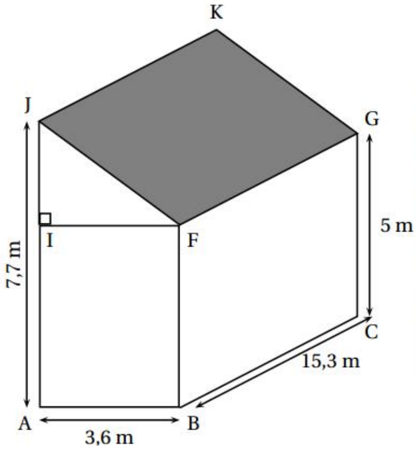
Information 1 : Dimensions des bottes de paille : 90 cm × 45 cm × 35 cm.

Information 2 : Le prix de la paille est de 40 € par tonne.

Information 3 : 1 m^3 de paille a une masse de 90 kg.

1. Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51 € (arrondi au centime).

2. Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de paille parallélépipédiques.
Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous.



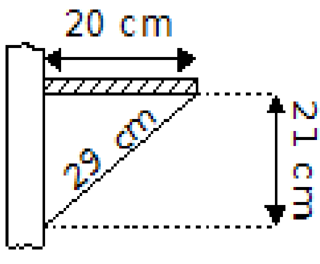
Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur. Pour calculer le nombre de bottes de paille qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.

a. Combien de bottes devra-t-il commander ?

b. Quel est le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

Exercice N°8 (4 points) (compétences « modéliser » et « raisonner »)

Pour vérifier s'il a bien posé une étagère de 20 cm de profondeur sur un mur parfaitement vertical, M. Brico a pris les mesures marquées sur le schéma. Puis, il pose délicatement une balle sur cette étagère. Va-t-elle rester immobile ou va-t-elle rouler ?



§Bon courage§

Année scolaire 2016-2017 Classe de 3ème	Mathématiques	
	Brevet Blanc N°1-Corrigé	

Exercice N°1 (6 points)

1- Réponse **B** : $(3x - 8)(3x + 8)$
2- Réponse **B** 2^6
3- Réponse **C** -7
4- Réponse **C** autres
5- Réponse **A** $2^2 \times 3 \times 19$
6- Réponse **C** 1h20min

Exercice N°2 (8 points)

1°) a) $5 \times 7 + 1 = 35 + 1 = 36$

b) $36 = 4 \times 9$ donc 36 est bien un multiple de 4. Léa a donc raison.

2°) a) Dans le tableau, on voit que si le premier nombre impair est 17 alors le résultat obtenu est 324.

b) $324 = 4 \times 81$ donc 324 est bien un multiple de 4.

c) Les formules 1 et 3 ont pu être saisies dans la cellule D3.

3°) a) Je développe et je réduis
$(2x + 1)(2x + 3) + 1 = = 4x^2 + 6x + 2x + 3 + 1 = 4x^2 + 8x + 4$

b) $(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 4x^2 + 8x + 4 = 4(x^2 + 2x + 1)$
donc Léa avait raison, en multipliant deux nombres impairs consécutifs et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Exercice N°3 (7 points)

1) BC = 7,7 m = 770 cm

$\frac{BC}{OF} = \frac{770}{35} = 22$ Donc le coefficient d'agrandissement est 22.

2) OAB est un agrandissement de ODE, de coefficient 22.

Donc AB = 22 x DE = 22 x 20 = 440

Donc la hauteur de l'arbre est de 440 cm soit **4,40 m**.

3) [BC] est un agrandissement de [OF], tout comme [AB] est un agrandissement de [DE], de même coefficient. Donc si DE = OF alors AB = BC.

La hauteur de l'arbre sera donc égale à la distance BC.

4) Soit D le diamètre de l'arbre à cette hauteur et P son périmètre.

$P = \pi \times D$ soit $\pi \times D = 138$ d'où $D = \frac{138}{\pi}$ soit $D \approx 44$

Le diamètre de l'arbre est d'environ **44 cm**.

Exercice N°4 (6 points)

1) On considère les triangles OAB et OMN.

On calcule les rapports : $\frac{OA}{OM} = \frac{3}{5,4} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$ et $\frac{OB}{ON} = \frac{2,5}{4,5} = \frac{5}{9}$

Donc $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON}$

De plus les points A, O, M sont alignés dans le même ordre que les points B, O, N.
Donc d'après la **réciproque** du théorème de Thalès,
les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

2) On a : $A \in (OM)$, $B \in (ON)$ et $(AB) // (MN)$

D'après le théorème de Thalès, $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{AB}{MN}$

soit $\frac{5}{9} = \frac{1,2}{MN}$

Calcul de MN: $MN = \frac{9 \times 1,2}{5}$ soit **MN = 2,16 cm**.

3) Les triangles OMN et OAB forment une configuration de Thalès donc le triangle OMN est un agrandissement du triangle OAB.

Le coefficient d'agrandissement est $k = \frac{OM}{OA} = \frac{9}{5}$ soit 1,8.

Or dans un dessin à l'échelle k les aires sont multipliées par k^2 donc :
$A(OMN) = A(OAB) \times k^2$

Donc $\boxed{\frac{\text{aire du triangle OMN}}{\text{aire du triangle OAB}} = k^2}$ soit $1,8^2$ = **3,24**

Réponse b)
(justification non demandée)

Exercice N°5 (4 points)

Sophie : $4 + 8 = 12$ $12 \times 3 = 36$ $36 - 24 = 12$ $12 - 4 = 8$
donc Sophie a raison.

Martin : $0 + 8 = 8$ $8 \times 3 = 24$ $24 - 24 = 0$ $0 - 0 = 0$
donc Martin a raison.

Gabriel : $-3 + 8 = 5$ $5 \times 3 = 15$ $15 - 24 = -9$ $-9 - (-3) = -6$
donc Gabriel a tort, on obtient pas -9 mais -6.

Faïza : Soit x le nombre choisi au départ, le programme de calcul correspond au calcul suivant :

$$3(x + 8) - 24 - x = 3x + 24 - 24 - x = 3x - x = 2x$$

On obtient bien le double du nombre choisi au départ donc Faïza a raison.

Exercice N°6 (5 points)

1°) Soit x le prix d'une BD, le prix de 3 BD est $3x$ et le prix de 5 BD est $5x$ ou 18 € de plus que pour 3 BD, soit $3x + 18$, on obtient l'équation suivante :

$3x + 18 = 5x$

$3x - 5x = -18$

$-2x = -18$

$x = \frac{-18}{-2} = 9$ donc $\boxed{\text{1 BD coûte 9}}$ €.

2°) Le prix est passé de 80 € à 60 € :

$\frac{60}{80} = 0{,}75$ le prix initial a donc été multiplié par 0,75

et $0{,}75 = 1 - \frac{25}{100}$ donc les soldes sont de $\boxed{25\ \%}$.

3°) $2\ 048 = \boxed{2^{11}}$

4°) $36 - 4x^2 = \boxed{(6 - 2x)(6 + 2x)}$ donc Julie a tort.

5°) Pour trouver le PGCD de 110 et 88 On décompose ces nombres en produit de facteurs de nombre premiers :

$110 = 2 \times 5 \times 11$

$88 = 2^3 \times 11$

Donc PGCD (110 ;88) = 2×11

$= \boxed{22}$

Exercice N°7 (5 points)

1°) $90 \times 45 \times 35 = 141\ 750\ \text{cm}^3 = 0{,}141\ 750\ \text{m}^3$

$0{,}141\ 750 \times 90 = 12{,}7575$ kg

Une botte a un volume de $0{,}141\ 750\ \text{m}^3$ et a une masse 12,7575 kg.

1 t = 1 000 kg donc 1 000 kg coûtent 40 €.

Masse en kg	1 000	12,7 575
Prix en €	40	x

$x = \frac{40 \times 12{,}7\,575}{1000} = 0{,}5103 \approx 0{,}51$

Donc 1 botte coûte environ 0,51 €.

2°) a) Dans le triangle IJF rectangle en I, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$JF^2 = IJ^2 + IF^2$ $JF^2 = 2{,}7^2 + 3{,}6^2$ $JF^2 = 7{,}29 + 12{,}96$ $JF^2 = 20{,}25$

donc $JF = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$ m.

Le toit a donc une largeur de 4,5 m et une longueur de 15,3 m.

Une botte mesure 90 cm de long et 45 cm de large soit 0,9 m$\times$ 0,45 m
(car on veut 35 cm d'épaisseur d'isolation)

$15{,}3 \div 0{,}9 = 17$ $\quad$ $4{,}5 \div 0{,}45 = 10$

donc on peut mettre 17 bottes sur la longueur et 10 bottes sur la largeur, soit $17 \times 10 = 170$
il faut donc 170 bottes en tout.

Autre méthode :

$15{,}3 \times 4{,}5 = 68{,}85\ m^2$ donc le toit a une surface de 68,85 m^2

$0{,}45 \times 0{,}9 = 0{,}405\ m^2$ donc la surface d'une botte est 0,405 m^2

$68{,}85 \div 0{,}405 = 170$ Il faut donc 170 bottes.

b) $170 \times 0{,}51 = 86{,}7$ le coût en paille pour isoler le toit est de 86,70 €.

Exercice N°8 (4 points)

Il faut savoir si l'étagère est perpendiculaire au mur.
Pour cela, considérons le triangle ABC avec AB = 20 cm, AC = 21 cm et BC = 29 cm
et vérifions si le triangle est rectangle en A.

$AB^2 = 20^2 = 400 \quad AC^2 = 21^2 = 441 \quad BC^2 = 29^2 = 841$

On constate que 400 + 441 = 841

Donc on a $AC^2 = AB^2 + AC^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, on conclut que ABC est un triangle rectangle en A.

Donc, l'étagère est perpendiculaire au mur et la bille va rester immobile.