Nom : Prénom : Classe : Novembre 2019

Devoir Commun

Exercice 1 : 4,5 points

La sorcière Mathusime souhaite préparer une soupe dans son chaudron. Mais son grimoire a été ensorcelé. Aider Mathusine à retrouver les quantités des ingrédients.

Ingrédients :

$\frac{5}{2} - \frac{3}{7} \div \frac{4}{21}$ d'un verre de jus de citrouille.

$\frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80}$ pincées de poils de souris.

$\frac{4 \times 10^5 \times 15 \times 10}{80 \times 10^{-1}}$ mg de poudre de mandragore.

Recette : Mélanger tous les ingrédients dans un chaudron rempli de bave de limace bouillante.

Donner la première quantité sous la forme d'une fraction irréductible et les deux dernières sous la forme d'un nombre entier.

Corrigé :

$\frac{5}{2} - \frac{3}{7} \div \frac{4}{21} = \frac{5}{2} - \frac{3}{7} \times \frac{21}{4} = \frac{5}{2} - \frac{9}{4} = \frac{1}{4}$, soit un quart d'un verre de jus de citrouille (1,5 pt dont 0,5 pt sur la simplification de la fraction représentant le résultat final.)

$\frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80} = \frac{16 \times 2}{80} \times \frac{10^{-1}}{(10^3)^2 \times 10^{-8}} = 0,4 \times \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 4$, soit 4 pincées de poils de souris (2 pts, seulement un 0,5 pt si le résultat est donné directement sans justification).

$\frac{4 \times 10^5 \times 15 \times 10}{80 \times 10^{-1}} = \frac{4 \times 15}{80} \times \frac{10^5 \times 10}{(10^{-1}} = 0,75 \times \frac{10^6}{10^{-1}} = 7\ 500\ 000\ mg$, de poudre de mandragore (1 pt, 1 pts en cas de petites erreurs suivies d'une cohérence dans le raisonnement).

Exercice 2 : 4 points (Extrait du brevet - Polynésie 1er juillet 2019)

Sam préfère les bonbons bleus. Dans son paquet de 500 bonbons, 150 sont bleus, les autres sont rouges, jaunes ou verts.

1. Quelle est la probabilité qu'il pioche au hasard un bonbon bleu dans son paquet ?
2. 20 % des bonbons de ce paquet sont rouges. Combien y a-t-il de bonbons rouges ?
3. Sachant qu'il y a 130 bonbons verts dons ce paquet, Sam a-t-il plus de chance de piocher au hasard un bonbon vert ou un bonbon jaune ?
4. Aïcha avait acheté le même paquet il y a quinze jours, il ne lui reste que 140 bonbons bleus, 100 jaunes, 60 rouges et 100 verts. Elle dit à Sam : « Tu devrais piocher dans mon paquet plutôt que dans le tien, tu aurais plus de chance d'obtenir un bleu ». A-t-elle raison ?

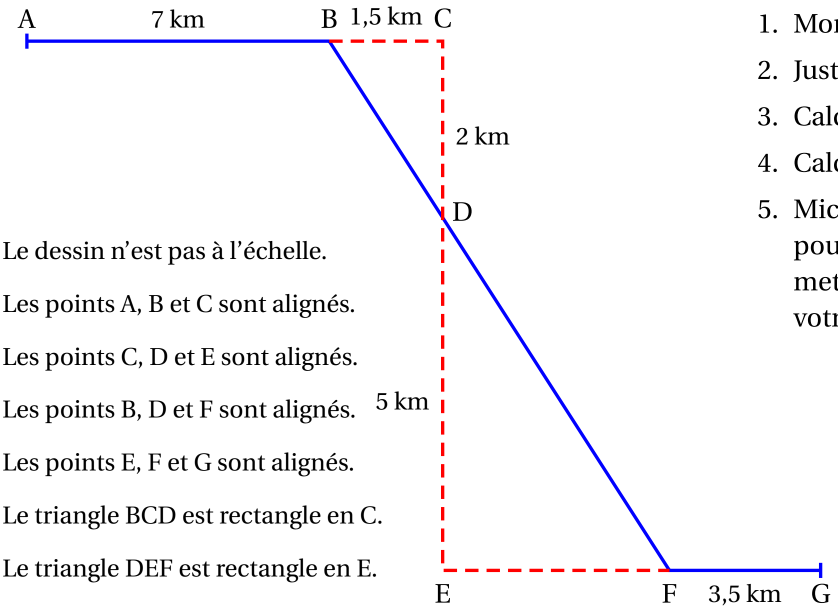
Corrigé :

1. Soit B_1 l'événement : « tirer un bonbon bleu ».
$P(B_1) = \frac{150}{500} = \frac{15}{50} = \frac{30}{100} = 0,30 = 30\%$. (1pt)
2. 20% de 500 = $500 \times \frac{20}{100} = 5 \times 20 = 100$.
Il y a donc 100 bonbons rouges. (1pt)
3. Il y a 500 bonbons dont 150 bleus, 100 rouges et 130 verts : $500 - (150 + 100 + 130) = 500 - 380 = 120$. Il reste donc, 120 bonbons jaunes.
Ainsi, Sam a plus de chance de tirer un bonbon vert qu'un bonbon jaune. (1 pt)

4. Soit B_2 l'événement : « tirer un bonbon bleu dans le sachet d'Aïcha ».
$P(B_2) = \dfrac{140}{140+100+60+100} = \dfrac{140}{400} = \dfrac{4\times 35}{4\times 100} = \dfrac{35}{100} = 0,35.$
Or, selon la question **1.** la probabilité de tirer un bonbon bleu dans le sachet de Sam est égale à 0,30.Et comme, $0,35 > 0,30$, Aïcha a forcément raison. (1 pt)

Exercice 3 : 8 points (Extrait du brevet - Métropole - Septembre 2019)

Michel participe à un rallye VIT sur un parcours balisé. Le trajet est représenté en traits pleins. Le départ du rallye est en A et l'arrivée est en G.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Les points A, B et C sont alignés.

Les points C, D et E sont alignés.

Les points B, D et F sont alignés.

Les points E, F et G sont alignés.

Le triangle BCD est rectangle en C.

Le triangle DEF est rectangle en E.

1. Montrer que la longueur BD est égale à 2,5 km.
2. Justifier que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
3. Calculer la longueur DF.
4. Calculer la longueur totale du parcours.
5. Michel roule à une vitesse moyenne de 16 km/h pour aller du point A au point B. Combien de temps mettra-t-il pour aller du point A au point B ? Donner votre réponse en minutes et secondes.

Corrigé :

1. Le triangle BCD est rectangle en C, alors d'après le théorème de Pythagore, nous avons : (2 pts)
$\text{BD}^2 = \text{BC}^2 + \text{CD}^2$,
$\text{BD}^2 = 1,5^2 + 2^2 = 2,25 + 4 = 6,25$.
Donc, BD = $\sqrt{6,25} = 2,5$ km.
2. On sait que : (1 pt)
Les points C, D et E sont alignés ;
Le triangle BCD est rectangle en C et le triangle DEF est rectangle en E .
Donc, la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (CE) et la droite (EF) est perpendiculaire à la droite (CE).
Par conséquent, les droites (BC) et (EF) sont parallèles, car elles sont perpendiculaires à une même droite.
3. On sait que : (2,5 pts)
Les deux droires (BF) et (CE) sont sécantes en D ;
Les droites (BC) et (EF) sont parallèles (selon la question précédente).
Alors d'après la propriété de Thalès : $\dfrac{\text{DF}}{\text{DB}} = \dfrac{\text{DE}}{\text{DC}} = \dfrac{\text{EF}}{\text{BC}}$.
Donc, $\dfrac{\text{DF}}{2,5} = \dfrac{5}{2}$.
Par conséquent, DF = $2,5 \times 2,5 = 6,25$ km.
4. La longueur totale du parcours est égale à : (1 pt)
AB + BD + DF + FG = $7 + 2,5 + 6,25 + 3,5 = 19,25$ km.
5. On sait que : $V = \frac{d}{t}$.
Donc, $16 = \frac{7}{t}$, soit $t = \frac{7}{16}\ h$. (1,5 pt)
Par conséquent, $t = \frac{7}{16} \times 3600\ s = \frac{25200}{16}\ s = 1575\ s = 26min\ 15s$.

Exercice 4 : 3,5 points (Extrait du brevet - Polynésie septembre 2017)

La figure ci-contre est un programme réalisé avec le logiciel « Scratch ».

1. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, alors le programme renvoie -5.
2. Que renvoie le programme si on choisit au départ :
   (a) le nombre 5 ?
   (b) le nombre -4 ?
3. Déterminer les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.

Corrigé :

1. Quand $x = 2$; la variable informatique y, contient la valeur : $x^2 - 9 = 4 - 9 = -5$. (0,5 pt)
2. (a) Quand $x = 5$; la variable informatique y, contient la valeur : $5^2 - 9 = 25 - 9 = 16$; (1 pt)
   (b) Quand $x = -4$; la variable informatique y, contient la valeur : $(-4)^2 - 9 = 16 - 9 = 7$. (1 pt)
3. Ce programme renvoie 0, revient à dire $x^2 - 9 = 0$ avec x le nombre choisi au départ.
   Autrement dit, $(x+3)(x-3) = 0$, soit $\left\{\begin{array}{ccc} x+3 & = & 0 \\ & \text{ou} & \\ x-3 & = & 0 \end{array}\right.$ et finalement $\left\{\begin{array}{ccc} x & = & -3 \\ & \text{ou} & \\ x & = & 3 \end{array}\right.$.
   Ainsi, pour obtenir 0 à la fin du programme, il faudra choisir au départ -3 ou 3. (1 pt)