

Contrôle**Exercice 1 :** **Réduire** les expressions suivantes (*priorité à la multiplication sur l'addition*)

$$A = 7 - 4a + 2a \times 3b - 5 - 7b \times 2a$$

$$C = 4a \times 3b \times 2c - 2c + 7 - 7 \times 4b \times c \times 3a$$

$$B = 4a \times 2c - 5c - c + 8c - 3c \times 5a$$

$$D = 8c \times 7a - 7a - 4 + 7 \times (-3a) \times c + 5a$$

Exercice 2 : **Factoriser** au maximum les expressions suivantes (*écrire toutes les étapes intermédiaires*) :

$$A = 60x^3 - 24x^5 + 36x^2$$

$$C = 42x^5y^3 - 30x^2y^7 - 18x^4y^4$$

$$E = (3 - 2x)(5 - x) - (3 - 2x)(7 - 4x)$$

$$G = (5 + 2x)(5 - x) - (5 + 2x)$$

$$I = (2 + x)^2 + 3(2 + x)$$

$$B = 78x^2 + 54x^7 + 42x^5$$

$$D = 45x^4y^7z^2 - 30x^3y^4z + 15x^3y^3$$

$$F = (7 - 4x)(x + 4) - (x + 4)(7 + 3x)$$

$$H = (7 - 9x)(1 + x) - 3(7 - 9x)$$

Exercice 3 : **Développer** et réduire au maximum les expressions suivantes (*étapes intermédiaires*) :

$$A = 2x(7 + 4x)$$

$$C = (4a + 3)(3a + 5)$$

$$E = (-x - 4)(-5 - 2x)$$

$$B = (-3x + 7)(-3)$$

$$D = (3a - 2)(4a - 7)$$

$$F = (2a + 3b)(3b - 3a)$$

Exercice 4 : On considère l'expression A suivante :

$$A = 3(x - 7) + 5(x - 4) - 6(x - 2) - 4(x - 1)$$

- 1) Sans développer cette expression, calculer la valeur prise par A lorsque : $x = -3$.
- 2) Développer et réduire A.
- 3) Calculer à nouveau A avec cette forme développée et réduite pour la valeur $x = -3$.
- 4) Comparer les résultats obtenus aux questions 1 et 3

Exercice 5 : Développer, réduire et valider le résultat pour les expressions suivantes :

$$A = 7 - [(2 - a) - (2 + a) + 9] + (b - 5)$$

$$B = 15 + [(7 - b) - 9 - (a - 17)] - [12 + (9 - b) - (6 + 2a)]$$

Exercice 6 :

- 1) Développer puis réduire l'expression suivante $(x - 4)^2 - (x - 2)(x - 8)$
- 2) En **déduire** un mode de calcul rapide et astucieux de l'expression : $9996^2 - 9998 \times 9992$, puis la calculer.

Exercice 1 : Réduire les expressions suivantes (priorité à la multiplication sur l'addition)

$$A = 7 - 4a + 2a \times 3b - 5 - 7b \times 2a$$

$$B = 4a \times 2c - 5c - c + 8c - 3c \times 5a$$

$$A = 7 - 4a + 6ab - 5 - 14ab$$

$$B = 8ac - 5c - c + 8c - 15ac$$

$$A = 2 - 4a - 8ab$$

$$B = 2c - 7ac$$

$$C = 4a \times 3b \times 2c - 2c + 7 - 7 \times 4b \times c \times 3a$$

$$D = 8c \times 7a - 7a - 4 + 7 \times (-3a) \times c + 5a$$

$$C = 24abc - 2c + 7 - 84abc$$

$$D = 56ac - 7a - 4 - 21ac + 5a$$

$$C = -60abc - 2c + 7$$

$$D = 35ac - 2a - 4$$

Exercice 2 : Factoriser au maximum les expressions suivantes (écrire toutes les étapes intermédiaires) :

$$A = 60x^3 - 24x^5 + 36x^2 = 12x^2 \times 5x - 12x^2 \times 2x^3 + 12x^2 \times 3 = 12x^2 (5x - 2x^3 + 3)$$

$$B = 78x^2 + 54x^7 + 42x^5 = 6x^2 \times 13 + 6x^2 \times 9x^5 + 6x^2 \times 7x^3 = 6x^2 (13 + 9x^5 + 7x^3)$$

$$C = 42x^5 y^3 - 30x^2 y^7 - 18x^4 y^4 = 6x^2 y^3 \times 7x^3 - 6x^2 y^3 \times 5y^4 - 6x^2 y^3 \times 3x^2 y = 6x^2 y^3 (7x^3 - 5y^4 - 3x^2 y)$$

$$D = 45x^4 y^7 z^2 - 30x^3 y^4 z + 15x^3 y^3 = 15x^3 y^3 \times 3xy^4 z^2 - 15x^3 y^3 \times 2yz + 15x^3 y^3 \times 1 = 15x^3 y^3 (3xy^4 z^2 - 2yz + 1)$$

$$E = (3 - 2x)(5 - x) - (3 - 2x)(7 - 4x) = (3 - 2x)[(5 - x) - (7 - 4x)] = (3 - 2x)[5 - x - 7 + 4x] = (3 - 2x)(3x - 2)$$

$$F = (7 - 4x)(x + 4) - (x + 4)(7 + 3x) = (x + 4)[(7 - 4x) - (7 + 3x)] = (x + 4)[7 - 4x - 7 - 3x] = (x + 4)(-7x)$$

$$G = (5 + 2x)(5 - x) - (5 + 2x) = (5 + 2x)(5 - x) - (5 + 2x) \times 1 = (5 + 2x)[(5 - x) - 1]$$

$$G = (5 + 2x)[5 - x - 1] = (5 + 2x)(4 - x)$$

$$H = (7 - 9x)(1 + x) - 3(7 - 9x) = (7 - 9x)[(1 + x) - 3] = (7 - 9x)[1 + x - 3] = (7 - 9x)(x - 2)$$

$$I = (2 + x)^2 + 3(2 + x) = (2 + x)(2 + x) + 3(2 + x) = (2 + x)[(2 + x) + 3] = (2 + x)[2 + x + 3] = (2 + x)(x + 5)$$

Exercice 3 : Développer et réduire au maximum les expressions suivantes (étapes intermédiaires) :

$$A = 2x(7 + 4x) = 2x \times 7 + 2x \times 4x = 14x + 8x^2$$

$$B = (-3x + 7)(-3) = -3x \times (-3) + 7 \times (-3) = 9x - 21$$

$$C = (4a + 3)(3a + 5) = 4a \times 3a + 4a \times 5 + 3 \times 3a + 3 \times 5 = 12a^2 + 20a + 9a + 15 = 12a^2 + 29a + 15$$

$$D = (3a - 2)(4a - 7) = 3a \times 4a - 3a \times 7 - 2 \times 4a + 2 \times 7 = 12a^2 - 21a - 8a + 14 = 12a^2 - 29a + 14$$

$$E = (-x - 4)(-5 - 2x) = x \times 5 + x \times 2x + 4 \times 5 + 4 \times 2x = 5x + 2x^2 + 20 + 8x = 2x^2 + 13x + 20$$

$$F = (2a + 3b)(3b - 3a) = 2a \times 3b - 2a \times 3a + 3b \times 3b - 3b \times 3a = 6ab - 6a^2 + 9b^2 - 9ab = -6a^2 - 3ab + 9b^2$$

Exercice 4 : On considère l'expression A suivante : $A = 3(x - 7) + 5(x - 4) - 6(x - 2) - 4(x - 1)$

5) Si $x = -3$: $A = 3(x - 7) + 5(x - 4) - 6(x - 2) - 4(x - 1) = 3(-3 - 7) + 5(-3 - 4) - 6(-3 - 2) - 4(-3 - 1)$

$$A = 3(-10) + 5(-7) - 6(-5) - 4(-4) = -30 - 35 + 30 + 16 = -19$$

6) $A = 3(x - 7) + 5(x - 4) - 6(x - 2) - 4(x - 1) = 3 \times x - 3 \times 7 + 5 \times x - 5 \times 4 - 6 \times x + 6 \times 2 - 4 \times x + 4 \times 1$

$$A = 3x - 21 + 5x - 20 - 6x + 12 - 4x + 4 = -2x - 25$$

7) Si $x = -3$: $A = -2x - 25 = -2 \times (-3) - 25 = 6 - 25 = -19$

8) Les deux résultats sont identiques : ces deux formes d'écriture de l'expression A sont égales.

Exercice 5 : Développer, réduire et valider le résultat pour les expressions suivantes :

$$A = 7 - [(2-a) - (2+a) + 9] + (b-5) = 7 - [2-a-2-a+9] + (b-5) = 7 - [-2a+9] + (b-5)$$

$$A = 7 + 2a - 9 + b - 5 = 2a + b - 7$$

VERIFICATION : On compare les deux expressions de A pour les valeurs $a = 2$ et $b = 5$:

(on prend $a = 2$ car $(2-a) = 0$ et on prend $b = 5$ car $(b-5) = 0$) (Soyez astucieux/euses)

$$A = 7 - [(2-a) - (2+a) + 9] + (b-5) = 7 - [(2-2) - (2+2) + 9] + (5-5) = 7 - [-4+9] = 7-5 = 2$$

$$A = 2a + b - 7 = 2 \times 2 + 5 - 7 = 4 + 5 - 7 = 2$$

→ résultats identiques : le résultat a de très fortes chances d'être correct.

$$B = 15 + [(7-b) - 9 - (a-17)] - [12 + (9-b) - (6+2a)] = 15 + [7-b-9-a+17] - [12+9-b-6-2a]$$

$$B = 15 + [15-a-b] - [15-b-2a] = 15 + 15 - a - b - 15 + b + 2a = a + 15$$

VERIFICATION : On compare les deux expressions de B pour les valeurs $a = -3$ et $b = 7$:

$$B = 15 + [(7-b) - 9 - (a-17)] - [12 + (9-b) - (6+2a)] = 15 + [7-7-9-(-3-17)] - [12+(9-7)-(6+2 \times (-3))] = 15 + [-9-(-20)] - [12+(2)] = 12$$

$$B = a + 15 = -3 + 15 = 12$$

→ résultats identiques : le résultat a de très fortes chances d'être correct.

Exercice 6 :

$$\begin{aligned} 1) (x-4)^2 - (x-2)(x-8) &= (x-4)(x-4) - (x-2)(x-8) \\ &= x \times x - x \times 4 - 4 \times x + 4 \times 4 - (x \times x - x \times 8 - 2 \times x + 2 \times 8) \\ &= x^2 - 4x - 4x + 16 - (x^2 - 8x - 2x + 16) \\ &= x^2 - 4x - 4x + 16 - x^2 + 8x + 2x - 16 \\ &= x^2 - x^2 - 4x - 4x + 8x + 2x + 16 - 16 \\ &= 2x \end{aligned}$$

2) Pour calculer $9996^2 - 9998 \times 9992$, on remarque que dans l'expression de départ précédente :

$$(x-4)^2 - (x-2)(x-8)$$

si l'on prend pour valeur de x le nombre 10 000, alors :

$$(x-4)^2 - (x-2)(x-8) = (10000-4)^2 - (10000-2)(10000-8) = 9996^2 - 9998 \times 9992$$

Or d'après la première question, pour toute valeur de x , on a :

$$(x-4)^2 - (x-2)(x-8) = 2x$$

Donc pour la valeur $x = 10\,000$, on obtient :

$$9996^2 - 9998 \times 9992 = 2 \times 10000 = 20000$$