Février 2017 - corrigé

EXERCICE 1 [5 POINTS]

1. Formule : « = SOMME(B2 : H2) » ou « = B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2 ».

2. M = $\frac{324 + 240 + 310 + 204 + 318 + 386 + 468}{7} = \frac{2\,250}{7} \approx \boxed{321}$.

3. Il y a 7 valeurs dans cette série : 204 – 240 – 310 – 318 – 324 – 386 – 468. La médiane **est la valeur qui partage l'effectif en deux groupes de même effectif, donc il faut prendre la 4ème valeur de la série ordonnée.** $\boxed{\mathbf{m = 318}}$.

4. 468 – 204 = $\boxed{264}$. Il s'agit de **l'*étendue* de la série** car on calcule la différence entre la valeur a plus grande et la valeur la plus petite.

EXERCICE 2 [2 points]

Notons n le nombre de macarons mangés par Pascale.

Alexis a mangé 4 macarons de plus que Pascale donc il en a mangé n + 4.

Pascale en a mangé deux fois moins que Carole, ou Carole a mangé deux fois plus de macarons que Pascale. Donc Carole en a mangé 2n.

Alexis, Pascale et Carole se partagent deux boîtes de 12 macarons chacune, soit en tout 24 macarons.

On peut donc écrire :

$n + (n + 4) + 2n = 24$

$n + n + 4 + 2n = 24$

$4n + 4 = 24$

$4n + 4 – 4 = 24 – 4$

$4n = 20$

$4n : 4 = 20 : 4$

n = 5.

$n + 4 = 5 + 4 =$ **9**

$2n = 2×5 =$ **10**

Vérification : 5 + (5 + 4) + 2×5 = 5 + 9 + 10 = 24.

Pascale a donc mangé **5 macarons**, Alexis en **a mangé 9** (5 + 4) et Carole en **a mangé 10** (2×5).

EXERCICE 3 [6 points]

1. $(3 + 1)^2 - 3^2 = 4^2 - 3^2 = 16 – 9 = 7$.

2. Voici deux affirmations :

Affirmation n° 1 : « Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7 ».

Affirmation n° 2 : « Chaque résultat peut s'obtenir en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit ».

a. <u>Pour 8</u> :

$(8 + 1)^2 – 8^2 = 9^2 – 8^2 =81 – 64 = 17$.

Le chiffre des unités est 7 donc l'affirmation 1 est vérifiée.

8 + 9 = 17. L'affirmation 2 est vérifiée.

<u>Pour 13</u> :

$(13 + 1)^2 – 13^2 = 14^2 – 13^2 = 196 – 169 = 27$.

Le chiffre des unités est 7 donc l'affirmation 1 est vérifiée.

13 + 14 = 27. L'affirmation 2 est vérifiée

b. <u>Affirmation 1</u>.

Appliquons le programme au nombre 0 : $(0 + 1)^2 - 0^2 = 1 - 0 = 1$.

Le chiffre des unités n'est pas 7 donc **<u>l'affirmation 1 est fausse</u>**.

<u>Affirmation 2</u>.

Vérifions si, pour tout nombre entier n, on a l'égalité : $(n + 1)^2 - n^2 = n + (n + 1)$.

Je développe les deux membres de l'égalité : $\begin{cases} (n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1 \\ n + (n + 1) = 2n + 1 \end{cases}$.

Les formes développées et réduites sont les mêmes donc l'égalité est vraie pour tout nombre entier n et **<u>l'affirmation 2 est vraie</u>**.

EXERCICE 4 [6 points]

1. Carole *peut utiliser des carreaux de 3 cm* de côté car 3 est un diviseur commun de 108 et de 225 ($108 = 3\times 36$ et $225 = 3 \times 75$).

Carole *ne peut pas utiliser des carreaux de 6 cm* de côté car 6 n'est pas un diviseur de 225 : $225 = 6\times37 + 3$.

2. **$108 = 2^2\times3^3$** et **$225 = 3^2\times5^2$.**

3. Le plus grand diviseur commun de 108 et 225 est $3^2 = 9$ donc la dimension maximale des carreaux que Carole peut poser est de **<u>9 cm</u>**.

$108 = 9 \times 12$ et $225 = 9 \times 25$. Il y aura donc 12 carreaux sur la largeur et 25 sur la longueur soit un nombre total de $12 \times 25 =$ **<u>300 carreaux</u>**.

EXERCICE 5 [5 points]

<u>Figure 1</u> : Sur la figure, BC = CJ = JA = 6 cm donc CA = CJ + JA = 6 + 6 = 12 cm.

Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

D'où $12^2 = AB^2 + 6^2$

$144 = AB^2 + 36$

$144 - 36 = AB^2$

$AB^2 = 108$. Donc $AB = \sqrt{108} \approx$ **10,4**.

[AB] mesure 10,4 cm, valeur arrondie au mm.

<u>Figure 2</u> : Le triangle ABC est rectangle en A. On connaît la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ et celle de l'hypoténuse [BC].

On cherche la mesure de [AB], côté adjacent à $\widehat{ACB}$. J'utilise la définition du sinus :

$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$, d'où $\sin(53°) = \frac{AB}{36}$ et $AB = 36\times\sin(53°) \approx$ **28,8**. [AB] mesure 28,8 cm, valeur arrondie au mm.

<u>Figure 3</u> : La longueur d'un cercle est obtenue en effectuant π×diamètre. 154 = π×AB, d'où AB = 154 : π ≈ **49**.

[AB] mesure 49 cm, valeur arrondie au mm.

EXERICE 6 [6 points]

1. Le pylône est vertical donc perpendiculaire à la chaussée.

ACD est un triangle rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$CD^2 = AC^2 + AD^2$ d'où $CD^2 = 76^2 + 154^2 = 5\,776 + 23\,716 = 29\,492$.

$CD = \sqrt{29\,492} \approx \boxed{172}$. La longueur du hauban [CD] est **de 172 m**, au mètre près.

2. ACD est un triangle rectangle en A. On connaît les mesures de [AC], côté opposé à $\widehat{CDA}$ et de [AD], côté adjacent à $\widehat{CDA}$. J'utilise la définition de la tangente : $\tan \widehat{CDA} = AC/AD = \frac{76}{154}$.

La calculatrice nous indique : $\widehat{CDA} = \arctan(76 : 154) \approx$ **26**.

L'angle $\widehat{CDA}$ formé par le hauban [CD] et la chaussée est de 26°, au degré près.

3. Les points A, E et C et les points A, F et D sont ***alignés dans le même ordre***.

AF = AD – FD = 154 – 12 = **142**. AE = AC – EC = 76 – 5 = **71**.

Vérifions si $\frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AF}$: $\begin{cases} \frac{AC}{AE} = \frac{76}{71} \\ \frac{AD}{AF} = \frac{154}{142} \end{cases}$. Les rapports sont égaux si et seulement si les produits en croix sont égaux :

76 × 142 = **10 792** et 71 × 154 = **10 934**. On a donc $\mathbf{\frac{AC}{AE} \neq \frac{AD}{AF}}$.

D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (CD) et (EF) ***ne sont pas parallèles***.

Les haubans [CD] et [EF] ne sont pas parallèles.

EXERCICE 7 [6 points]

1. 19 × 1,2 = $\boxed{\mathbf{22{,}8}}$**.** Le prix au m² des « tuiles régence » est de 22,80 €.

2. Les points B, C et D sont alignés dans cet ordre donc CD = BD – BC = 3,10 – 2,10 = 1 m.

CDE est un triangle rectangle en C. On connaît les mesures de [EC], côté adjacent à $\widehat{DEC}$, et celui de [CD], côté opposé à $\widehat{DEC}$. J'utilise la définition de la **tangente** :

$\tan \widehat{DEC} = \frac{CD}{CE} = \frac{1}{2{,}85}$. D'où $\widehat{DEC} \approx \boxed{19{,}3}$. **19,3 > 15** et **19,3 > 18**.

La pente du toit de la véranda est de plus de 19° et *permet la pose des deux modèles*.

3. ***Calcul de DE*** : CDE est un triangle rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$DE^2 = DC^2 + CE^2 = 1^2 + 2{,}85^2 = 1 + 8{,}1225 = 9{,}1225$. D'où $DE = \sqrt{9{,}1225}$.

Surface à couvrir : DEFG est un rectangle donc $S = DE \times EF = 6{,}10 \times \sqrt{9{,}1225} \approx 18{,}424\ m^2$.

Augmentation de 5% : $18{,}42 \times 5/100 = 18{,}424 \times 0{,}05 = 0{,}9212\ m^2$.

Surface totale : $18{,}424 + 0{,}9212 = 19{,}3452\ m^2$.

Il faut donc prévoir des tuiles pour couvrir une surface de 20 m².

Il faut 13 tuiles romanes par m² donc il faudra 13×20 = **260 tuiles romanes.**