# ∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ∾
# série générale e3c Corrigé du n° 13 année 2020

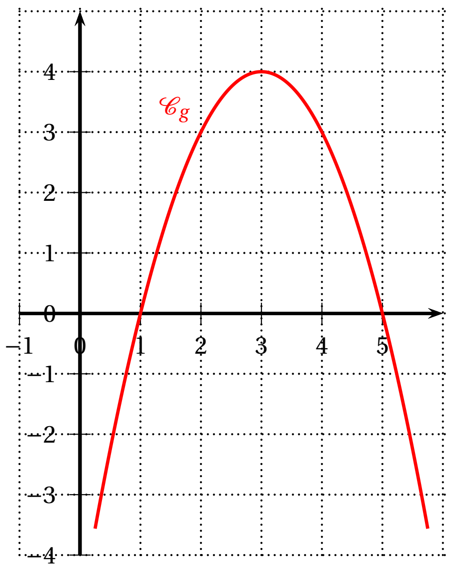
**Exercice 1** **5 points**

**Question 1**

Soit $a,\ b$ et $c$ trois réels tels que $a \neq 0$ et soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = ax^2 + bx + c.$$

Soit $\Delta$ son discriminant.
La représentation graphique de la fonction $g$ dans un repère orthonormé est donnée ci-contre.
Alors on peut affirmer que :
**a.** $a > 0$ et $\Delta > 0$
**b.** $a > 0$ et $\Delta < 0$
**c.** $a < 0$ et $\Delta > 0$
**d.** $a < 0$ et $\Delta < 0$




La parabole a sa concavité vers le bas donc $a < 0$ et l'équation $g(x) = 0$ a deux solutions distinctes donc $\Delta > 0$.

**Question 2**

On considère la fonction $f$ dont la fonction dérivée est la fonction $g$ considérée dans la question 1.
Le tableau des variations de $f$ est :

**a.**

| $x$ | $-\infty$ | 3 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | ↗ | | ↘ |

**b.**

| $x$ | $-\infty$ | 3 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | ↘ | | ↗ |

**c.**

| $x$ | $-\infty$ | 1 | 5 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | ↘ | ↗ | ↘ | |

**d.**

| $x$ | $-\infty$ | 1 | 5 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | ↗ | ↘ | ↗ | |

/medskip
La dérivée est négative sauf sur l'intervalle $[1~;~5]$ ; la fonction est donc décroissante puis croissante sur $[1~;~5]$ et ensuite décroissante. Réponse **c.**

**Question 3**

On considère à nouveau la fonction $f$ dont la fonction dérivée est la fonction $g$ considérée dans la question 1. On sait de plus que $f(3) = 7$.
La tangente à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 3 a pour équation réduite :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** $-2x + 3y + 11 = 0$ | **b.** $3x - 2y - 9 = 0$ | **c.** $x - 3y - 10 = 0$ | **d.** $3x + 2y + 3 = 0$ |

La tangente au point d'abscisse 3 a pour équation :
$y - f(3) = f'(3)(x-3)$ ; avec $f(3) = 7$ et $f'(3) = g(3) = 4$, une équation est :
$y - 7 = 4(x-3)$ ou $y = 7 + 4x - 12$ et enfin $y = 4x - 5$.

**Question 4**

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(5 ; −1), B(3 ; 2) et C(1 ; −3).
Une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à (AB) et passant par C est :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** $-2x+3y+11=0$ | **b.** $3x-2y-9=0$ | **c.** $x-3y-10=0$ | **d.** $3x+2y+3=0$ |

Le vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}\binom{-2}{3}$ est normal à tout vecteur directeur de la droite perpendiculaire. Une équation de cette droite est donc :
$3x+2y+c=0$ et comme le couple (1 ; −3) vérifie cette équation on a $3-6=c=0 \iff c=3$.
On a finalement $3x+2y+3=0$.

**Question 5**

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(5 ; −1), B(3 ; 2) et C(1 ; −3).
Une mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$, est :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** 11 | **b.** 25 | **c.** 55 | **d.** 88 |

Par définition du produit scalaire :
$\overrightarrow{\text{BA}} \cdot \overrightarrow{\text{BC}} = \text{BA} \times \text{BC} \times \cos\left(\overrightarrow{\text{BA}} ; \overrightarrow{\text{BC}}\right)$,
ce qui donne avec $\overrightarrow{\text{BA}}\binom{2}{-3}$, $\overrightarrow{\text{BC}}\binom{-2}{-5}$, $\text{BA}^2 = 4+9 = 13$, donc $\text{BA} = \sqrt{13}$ ; $\text{BC}^2 = 4+25 = 29$, donc BC= $\sqrt{29}$ ;
$-4+15 = \sqrt{13} \times \sqrt{29} \times \cos\left(\overrightarrow{\text{BA}} ; \overrightarrow{\text{BC}}\right)$, d'où :
$\cos\left(\overrightarrow{\text{BA}} ; \overrightarrow{\text{BC}}\right) = \dfrac{11}{\sqrt{13 \times 29}}$.
La calculatrice donne $\left(\overrightarrow{\text{BA}} ; \overrightarrow{\text{BC}}\right) \approx 55,49°$, soit au degré près 55°.

**Exercice 2** **5 points**

En 2000, la production mondiale de plastique était de 187 millions de tonnes. On suppose que depuis 2000, cette production augmente de 3,7 % chaque année.
On modélise la production mondiale de plastique, en millions de tonnes, produite en l'année $2000 + n$ par la suite de terme général $u_n$ où $n$ désigne le nombre d'année à partir de l'an 2000.
Ainsi, $u_0 = 187$.

1. Montrer que la suite $(u_n)$ est une suite géométrique dont on donnera la raison.
   Ajouter 3,7 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{3,7}{100} = 1 + 0,037 = 1,037$.
   On a donc pour tout naturel $n$, $u_{n+1} = 1,037u_n$ : la suite $(u_n)$ est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 187$ et de raison $1,037$.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$,exprimer $u_n$ en fonction de $n$.
   On sait qu'alors qu'avec $q$ comme raison $u_n = u_0 \times q^n$, que que soit le naturel $n$.
   Ici $u_n = 187 \times 1,037^n$.
3. Étudier le sens de variation de la suite $(u_n)$.
   $u_{n+1} = 1,037u_n \iff \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 1,037 > 1$ : la suite est donc croissante.
4. Selon cette estimation, calculer la production mondiale de plastique en 2019. Arrondir au million de tonnes.
   2019 correspond à $n = 19$, donc $u_{19} = 187 \times 1,037^{19} \approx 372,9$, donc environ 373 millions au million près.

**5.** Des études montrent que 20 % de la quantité totale de plastique se retrouve dans les océans, et que 70 % de ces déchets finissent par couler.

Montrer que la quantité totale, arrondie au million de tonnes, de déchets flottants sur l'océan dus à la production de plastique de 2000 à 2019 compris est de 324 millions de tonnes.

Sur les 20 % de plastiques allant à la mer, 30 % flottaient en 2000, soit : 6 %.

La production totale de plastiques de 2000 à 2019 est :

$S_{2019} = u_0 + 1,037u_0 + \ldots + 1,37^{19}u_0$, donc :

$1,037S_{2019} = 1,037u_0 + 1,037^2u_0 + \ldots + 1,037^{19}u0 + 1,037^{20}u_0$ et par différence :

$0,037S_{2019} = 1,037^{n+1}u_0 - u_0$, soit finalement :

$S_{2019} = u_0\dfrac{1,037^{20}-1}{0,037} = 187 \times \dfrac{1,037^{20}-1}{0,037} \approx 5\,398{,}32$. Restent en surface :

$5\,398{,}32 \times 0,20 \times 0,30 \approx 323,89$, soit 324 millions au million près.

**Exercice 3** **5 points**

Un cafetier propose à ses clients des cookies au chocolat ou aux noisettes en s'approvisionnant dans trois boulangeries. Un client prend un cookie au hasard.

On note :

$C$ l'évènement « le cookie est au chocolat »,

$N$ l'évènement « le cookie est aux noisettes »,

$B_1$ l'évènement « le cookie provient de la boulangerie 1 »,

$B_2$ l'évènement « le cookie provient de la boulangerie 2 »,

$B_3$ l'évènement « le cookie provient de la boulangerie 3 ».

On suppose que :

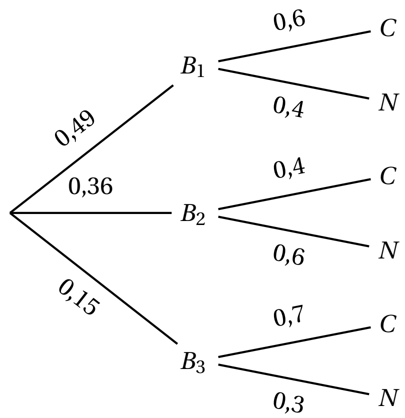
— la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 1 est de 0,49 ;

— la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 2 est de 0,36 ;

— $P_{B_2}(C) = 0,4$ où $P_{B_2}(C)$ est la probabilité conditionnelle de $C$ sachant $B_2$ ;

— la probabilité que le cookie soit aux noisettes sachant qu'il provient de la troisième boulangerie est de 0,3.

L'arbre pondéré ci-dessous correspond à la situation et donne une information supplémentaire : le nombre 0,6 sur la branche de $B_1$ à $C$.




**1.** Exprimer par une phrase l'information donnée par le nombre 0,6 sur la branche de $B_1$ à $C$.

La probabilité que le cookie soit au chocolat, sachant qu'il provient de la boulangerie 1 est égale à 0,6.

**2.** Recopier et compléter sur la copie l'arbre pondéré ci-dessus.

Voir ci-dessus

**3.** Définir par une phrase l'évènement $B_1 \cap C$ et calculer sa probabilité.

$B_1 \cap C$ est l'évènement : « le cookie vient de la boulangerie 1 et est au chocolat ».

**4.** Montrer la probabilité $P(C)$ d'avoir un cookie au chocolat est égale à 0,543.

D'après la loi des probabilités totales :

$P(C) = P(B_1 \cap C) + P(B_2 \cap C) + P(B_3 \cap C) = P(B_1) \times P_{B_1}(C) + P(B_2) \times P_{B_2}(C) + P(B_3) \times P_{B_3}(C) = 0,49 \times 0,6 + 0,36 \times 0,4 + 0,15 \times 0,7 = 0,294 + 0,144 + 0,105 = 0,543$.

**5.** Calculer la probabilité d'avoir un cookie provenant de la boulangerie 2 sachant qu'il est au chocolat. On donnera le résultat arrondi au millième.
Il faut trouver $P_C(B_2) = \dfrac{P(C \cap B_2)}{P(C)} = \dfrac{0,144}{0,543} = \dfrac{144}{543} \approx 0,265\,1$, soit 0,265 au millième près.

**Exercice 4** **5 points**

**1.** Étudier le signe de la fonction $P$ définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^2 + 4x + 3$.
$P(x) = x^2 + 4x + 3 = (x+2)^2 - 4 + 3 = (x+2)^2 - 1 = (x+2+1)(x+2-1) = (x+3)(x+1)$.
On sait que $P(x) \geqslant 0$, sauf sur l'intervalle $]-3~;~-1[$ ($-3$ et $(-1)$ étant les racines du trinôme..

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $]-2~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x+2}$$

et on note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan. On admet que la fonction $f$ est dérivable sur l'intervalle $]-2~;~+\infty[$.

**2.** Montrer que pour tout réel $x$ de l'intervalle $]-2~;~+\infty[$,

$$f'(x) = \frac{P(x)}{(x+2)^2}$$

où $f'$ est la fonction dérivée de $f$.
Pour $x > -2$, $f$ est dérivable et sur $]-2~;~+\infty[$ :
$f'(x) = \dfrac{(2x+1)(x+2) - \left(x^2 + x - 1\right)}{(x+2)^2} = \dfrac{2x^2 + 4x + x + 2 - x^2 - x + 1}{(x+2)^2} = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} = \dfrac{P(x)}{(x+2)^2}$.

**3.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]-2~;~+\infty[$ et construire le tableau de variations de la fonction $f$ sur $]-2~;~+\infty[$.
Comme $(x+2)^2 > 0$ sur $]-2~;~+\infty[$, le signe de $f'(x)$ est celui du numérateur $P(x)$ étudié à la question **1.**
Donc sur $]-2~;~-1[$, $f'(x) < 0$ : la fonction est décroissante et sur $]-1~;~+\infty[$ la fonction $f$ est croissante.

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | |

**4.** Donner le minimum de la fonction $f$ sur $]-2~;~+\infty[$ et la valeur pour laquelle il est atteint (on donnera les valeurs exactes).
D'après la question précédente $f(-1) = \dfrac{1-1-1}{-1+2} = -1$ est le minimum de la fonction $f$ sur $]-2~;~+\infty[$.

**5.** Déterminer le coefficient directeur de la tangente $T$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.
Le coefficient directeur de la tangente $T$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2 est le nombre dérivé $f'(2) = \dfrac{4+8+3}{(2+2)^2} = \dfrac{15}{16} = 0,937\,5$.