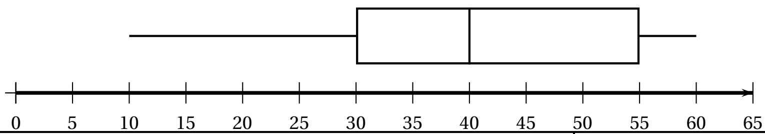
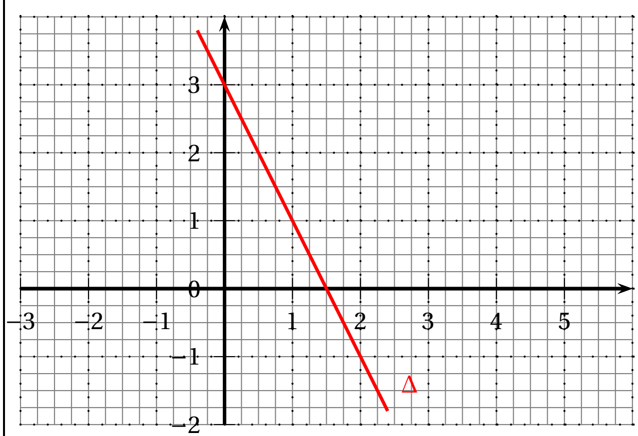
∾ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾
série technologique e3c Corrigé du n° 12 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

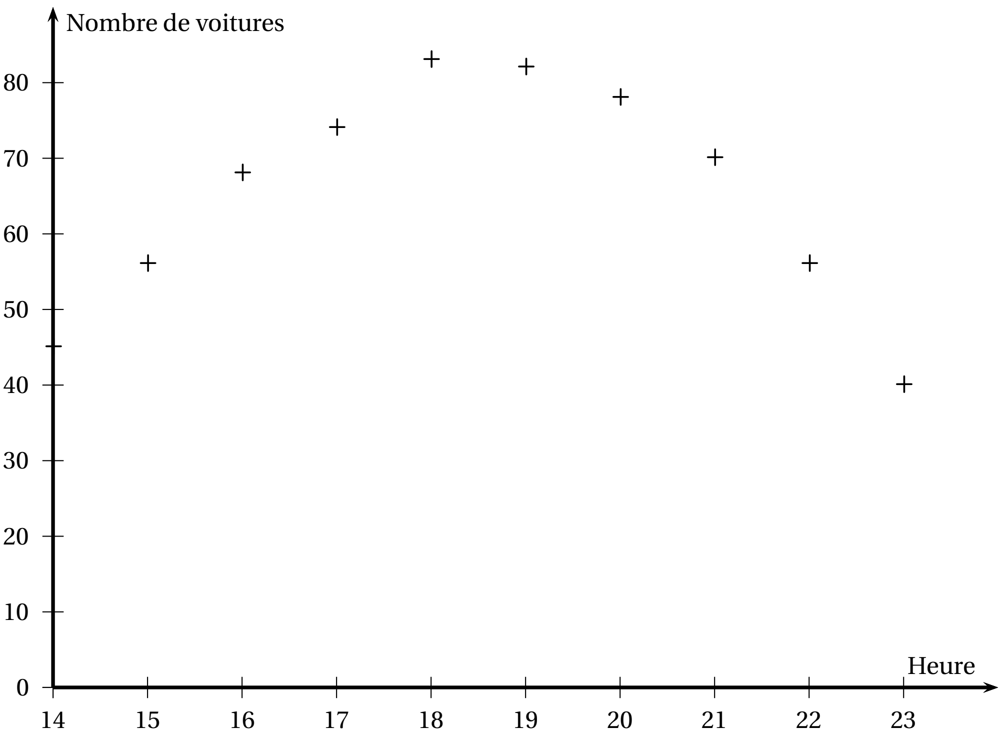
	Questions	**Réponses**
1.	Une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % correspond à une baisse globale de	Cela revient à multiplier par 0,9 puis par 0,8, soit par 0,72 qui correspond à une baisse de 28 %
2.	La forme décimale de $\dfrac{7}{4} \times 10^{-3}$ est	$1,75 \times 10^{-3} = 0{,}00175$.
3.	La fraction irréductible égale à $1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^2$ est	$1 - \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{9}$
	Une série statistique est résumée à l'aide du diagramme en boîtes ci-dessous, utilisez-le pour répondre aux questions 4 et 5. 	
4.	L'écart interquartile de cette série vaut	12,5
5.	Le pourcentage des valeurs de cette série comprises entre 30 et 60 est de	$\dfrac{30}{50} = \dfrac{60}{100} = 60\,\%$.
6.	Résoudre l'équation $3x - 10 = x + 2$.	On a $2x = 12$ soit $x = 6$.
7.	Développer l'expression $(3x-2)^2$.	$9x^2 - 12x + 4$.
8.	Factoriser l'expression $x^3 + 5x$.	$x\left(x^2+5\right)$.
9.	Tracer la droite Δ, d'équation $y = -2x + 3$ dans le repère ci-dessous : 	
10.	Dans un repère, on donne A(5 ; 8) et B(1 ; 0) ; le coefficient directeur de la droite (AB) est	$\dfrac{0-8}{1-5} = \dfrac{-8}{-4} = 2$.

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

Une société d'autoroute s'intéresse à l'affluence quotidienne de véhicules au niveau d'un péage. Des observations menées entre 14 h et 23 h aboutissent au nuage de points ci-dessous représentant le nombre de véhicules présents au péage selon l'heure d'observation.



1. Pourquoi semble-t-il pertinent de modéliser l'affluence au péage en fonction du temps par une fonction polynôme du second degré ?

   Les points semblent en effet appartenir à une parabole, représentation graphique des fonctions polynômes du second degré.

Pour la suite, on décide de modéliser le nombre de véhicules présents au péage en fonction de l'heure de la journée t, par la fonction définie sur l'intervalle $[14 ; 23]$ par :

$$f(t) = -2t^2 + 74t - 600.$$

2. Selon ce modèle, combien de voitures seront présentes au péage à 20 h 00 ?

   On a $f(20) = -2 \times 20^2 + 74 \times 20 - 600 = -800 + 1\,480 - 600 = 80$. Donc 80 voitures à 20 h.

3. Toujours selon ce modèle, à quelle heure de la demi-journée l'affluence au péage sera-t-elle maximale ?

   Quel sera alors le nombre de voitures présentes au péage ?

   Le maximum de la fonction est obtenue en $t = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{74}{-4} = 18,5$ soit 18 h 30 min.

   Il y aura alors $f(18,5) = 84,5$ soit environ 85 voitures.

Pour l'affluence du début de journée (entre $t = 0$ et $t = 12$), le modèle choisi est la fonction g définie sur $[0 ; 12]$ par

$$g(t) = -0,3t^3 + 5,2t^2 - 17,3t + 18,6$$

dont la courbe est fournie en annexe 1.
Le responsable du péage sait que lorsque l'affluence dépasse 40 véhicules, il lui est nécessaire pour fluidifier le trafic, d'ouvrir toutes les voies de paiement.

4. À quelle heure, à 10 minutes près, l'affluence est-elle maximale en début de journée ? Combien de véhicules sont présents au péage à cet instant ?

Le maximum est obtenu en $t = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{5,2}{-0,6} = \dfrac{26}{3} = \dfrac{24}{3} + \dfrac{2}{3} = 8 + \dfrac{2}{3}$.

Or $\dfrac{2}{3} \times 60$ d'heure = 40 minutes.

l'affluence est maximale à 8 h 40 min.

5. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, la tranche horaire durant laquelle toutes les voies doivent être ouvertes.

L'affluence atteint 40 véhicules en à peu près $t = 6,2$ h soit 6 h 12 min.

Cette affluence dépasse 40 jusqu'à midi. Donc toutes les barrières devront être levées de 6 h 12 min à 12 h.

Exercice 3 **5 points**

Le but de cet exercice est d'étudier et de tracer la fonction f définie, pour tout x de l'intervalle $[-1\ ;\ 10]$, par

$$f(x) = -0,1x^2 + 1,05x + 1,15.$$

1. Compléter le tableau de valeurs fourni en annexe 2.

Voir à la fin.

2. On note f' la fonction dérivée de f, Pour tout x de l'intervalle $[-1\ ;\ 10]$, justifier que l'expression de $f'(x)$ est donnée par : $f'(x) = -0,2x + 1,05$.

Pour tout x de l'intervalle $[-1\ ;\ 10]$, la fonction polynôme est dérivable et sur cet intervalle :

$f'(x) = 2 \times -0,1x + 1,05 = -0,2x + 1,05$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-1\ ;\ 10]$.

•-0,2x + 1,05 > $0si1,05 > 0,1x$ ou $x < 10,5$;

•-0,2x + 1,05 < $0si1,05 < 0,1x$ ou $x > 10,5$;

•-0,2x + 1,05 = $0si1,05 = 0,1x$ ou $x = 10,5$.

Donc sur l'intervalle $[-1\ ;\ 10]$ la dérivée est positive donc la fonction f est croissante.

En déduire le tableau de variations de la fonction f sur $[-1\ ;\ 10]$.

x	-1		10
$f'(x)$		$+$	
f	0	↗	1.65

4. Déterminer la valeur de $f'(-1)$ puis en déduire une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse -1.

Une équation de la tangente T est : $y - f(-1) = f'(-1)(x - (-1))$.

Avec $f(-1) = 0$ et $f'(-1) = 0,2 + 1,05 = 1,25$, on obtient :

$M(x\ ;\ y) \in$ T si et seulement si $y = 1,25(x+1) = 1,25x + 1,25$.

5. Dans le repère fourni en **annexe 3**, tracer T puis la courbe représentative de la fonction f en utilisant les résultats des questions précédentes.

Voir l'annexe.

Exercice 4 **5 points**

On s'intéresse aux immatriculations de voitures particulières neuves durant l'année 2018 en fonction de leur provenance géographique et de leur type de motorisation.

Les résultats sont partiellement reportés dans le tableau donné en **annexe 4** (source *Service de la Donnée et des Études Statistiques*) où l'unité est la centaine de voitures arrondie à l'unité.

Ainsi le total global de 21 384 correspond à environ 2 138 400 nouvelles immatriculations en France métropolitaine.

1. L'INSEE précise qu'en 2018 on comptait 38,56 %de voitures Diesel parmi les immatriculations de voitures neuves.

À l'aide de cette information, compléter le tableau fourni en **annexe 4**. On conservera comme unité la centaine de voitures et les résultats seront arrondis à l'unité.

Il y a eu $0,3856 \times 21\,384 \approx 8\,245,7$ soit à peu près $8\,246$ centaines de véhicules diesel.

2. Un journaliste spécialisé affirme qu'en 2018 un peu moins d'un quart des voitures particulières neuves hybrides ou électriques ont été immatriculées en Île-de-France. Cette déclaration vous semble-t-elle correcte ? Justifier votre réponse.

On en déduit qu'il y a eu $8246 - 1\,588 = 6658$ centaines de véhicules diesel immatriculés hors de l'Île-de-France.

On peut ensuite calculer le nombre de véhicules essence :

$21\,384 - (8246 + 1\,372) = 21\,384 - 9\,618 = 11\,766$.

Enfin le nombre de véhicules essence en Île-de-France est :

$11\,766 - 1\,855 = 9\,911$ centaines de véhicules.

3. Parmi les 137 200 voitures hybrides ou électriques immatriculées en 2018, on comptait environ 30 900 purement électriques. On illustre cette situation par un diagramme circulaire donné dans l'**annexe 5**.

Quelle est, au degré près, la valeur de l'angle au centre associé à la zone concernant les voitures électriques ?

On a $0,2252 \times 360 \approx 81,1°$ soit 81° au degré près..

4. Ces chiffres de 2018 permettent aux spécialistes de constater une augmentation de 2,83 % du nombre d'immatriculations de voitures neuves en France métropolitaine par rapport à 2017.

Quel était, à la centaine près, le nombre de ces immatriculations en 2017 ?

Le nombre x d'immatriculations en 2017 est tel que $1,0283x = 21\,384$, d'où $x = \dfrac{21\,384}{1,0283} \approx$ 20 796 centaines de véhicules.

5. Les chiffres de mars 2019 montrent un pourcentage de 6,5 % d'immatriculations de voitures neuves hybrides ou électriques.

On peut observer que 34 % d'entre elles concernent des voitures purement électriques.

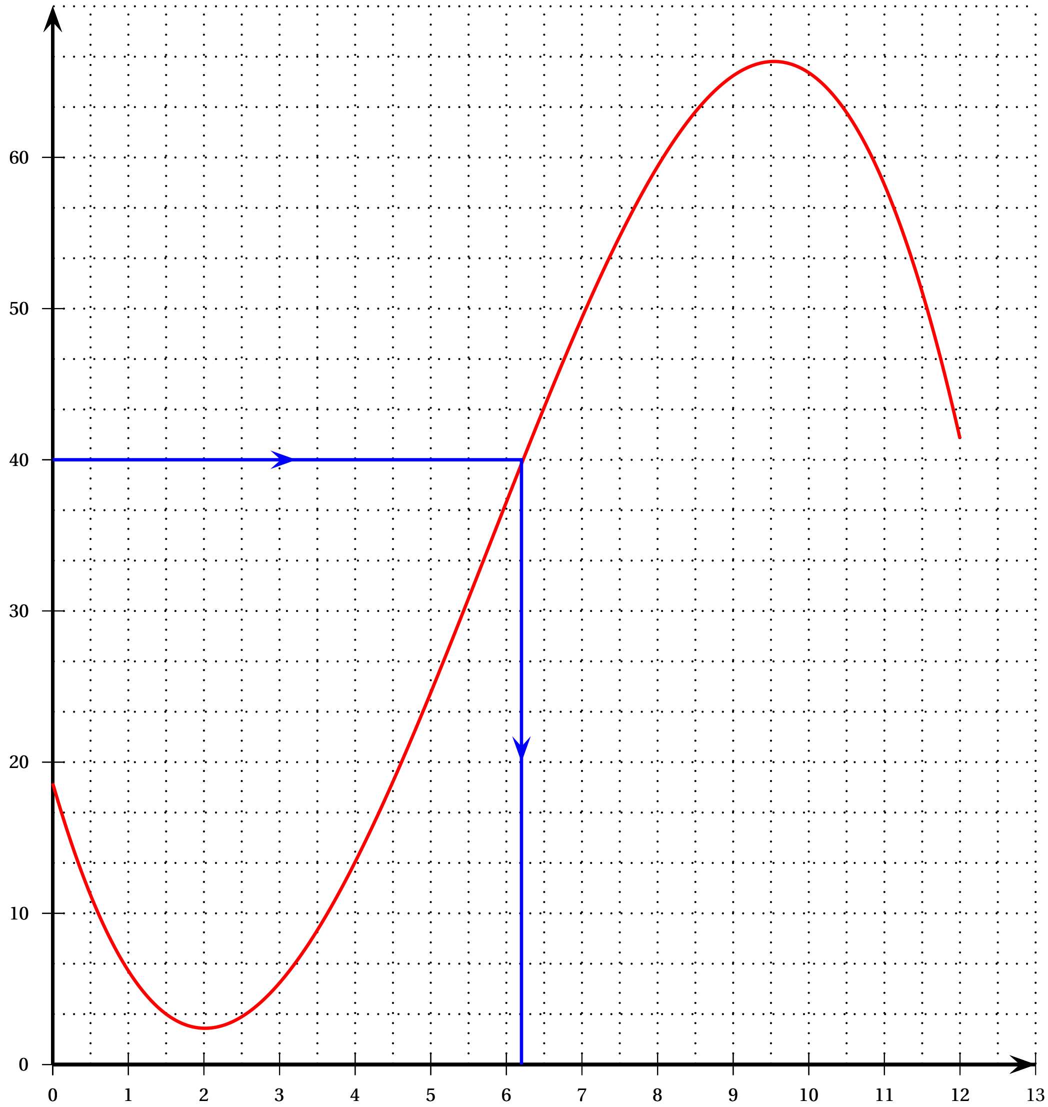
Quel pourcentage du nombre total des immatriculations de voitures neuves représentent les voitures purement électriques ?

Le nombre de véhicules purement électriques est égal à $0,065 \times 1\,372 \approx 89,18$ centaines.

Ce nombre représente $\dfrac{89,18}{21\,384} \times 100 \approx 0,417$ soit environ 0,4 %.

Annexes (à rendre avec la copie)

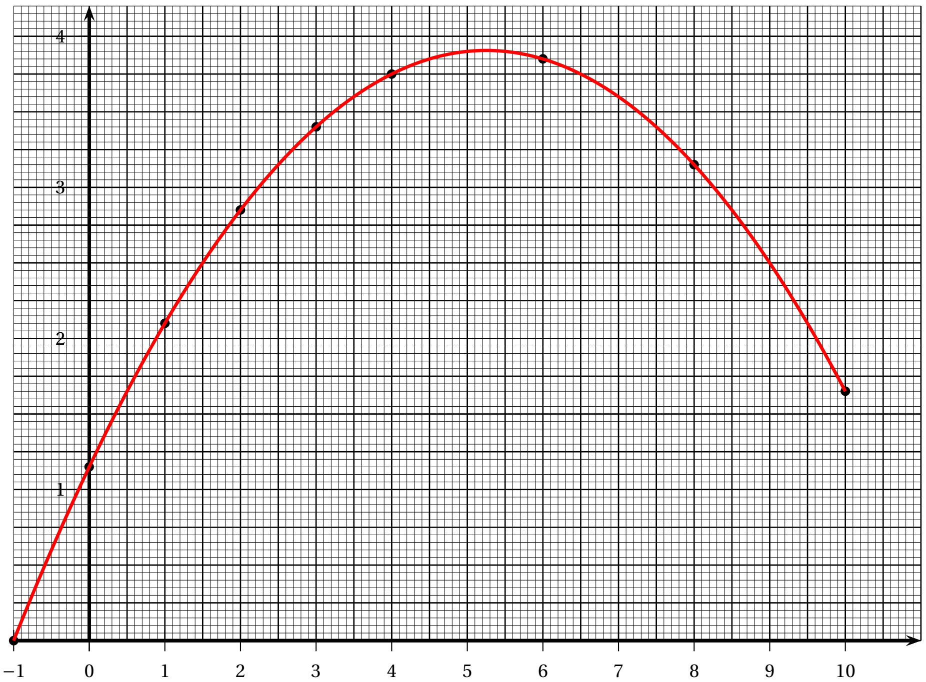
Annexe 1



Annexe 2

x	-1	0	1	2	3	4	6	8	10
$f(x)$	0	1,15	2,1	2,85	3,4	3,75	3,85	3,15	1,65

Annexe 3



Annexe 4

	Diesel	Essence	Hybride ou électrique	Total
Île-de-France	1 588	1 855	335	3 778
Autres régions de France métropolitaine	6 658	9 911	1 037	17 606
Total	8 246	11 766	1 372	21 384

Annexe 5