Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2+4y+4=0$

Je calcule $\Delta = 4^2-4\times1\times4=0$.

Comme $\Delta=0$, $P(y)$ a une seule racine $y_0=\dfrac{-4}{2\times1}=-2$.

►2. $32z^2+28z+3=0$

Je calcule $\Delta = 28^2-4\times32\times3=400$ et $\sqrt{400}=20$.

Comme $\Delta>0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-28-\sqrt{400}}{2\times32}&=\frac{-28-\sqrt{400}}{64}\\&=\frac{-28-20}{64}\\&=\frac{-48}{64}\\&=\frac{-3_{\times16}}{4_{\times16}}\\&=\frac{-3}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-28+\sqrt{400}}{2\times32}&=\frac{-28+\sqrt{400}}{64}\\&=\frac{-28+20}{64}\\&=\frac{-8}{64}\\&=\frac{-1_{\times8}}{8_{\times8}}\\&=\frac{-1}{8}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1=\dfrac{-3}{4}$ et $z_2=\dfrac{-1}{8}$.

►3. $z^2+9z+9=0$

Je calcule $\Delta = 9^2-4\times1\times9=45$ et $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$.

Comme $\Delta>0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{45}}{2\times1}&=\frac{-9-\sqrt{45}}{2}\\&=\frac{-9-3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{45}}{2\times1}&=\frac{-9+\sqrt{45}}{2}\\&=\frac{-9+3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1=\dfrac{-9-3\sqrt{5}}{2}$ et $z_2=\dfrac{-9+3\sqrt{5}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2-18t+81=0$

Je calcule $\Delta = (-18)^2-4\times1\times81=0$.

Comme $\Delta=0$, $P(t)$ a une seule racine $t_0=\dfrac{-(-18)}{2\times1}=9$.

►2. $-72t^2-119t-49=0$

Je calcule $\Delta = (-119)^2-4\times(-72)\times(-49)=49$ et $\sqrt{49}=7$.

Comme $\Delta>0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-119)+\sqrt{49}}{2\times(-72)}&=\frac{119+\sqrt{49}}{-144}\\&=\frac{119+7}{-144}\\&=\frac{126}{-144}\\&=\frac{-7_{\times(-18)}}{8_{\times(-18)}}\\&=\frac{-7}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-119)-\sqrt{49}}{2\times(-72)}&=\frac{119-\sqrt{49}}{-144}\\&=\frac{119-7}{-144}\\&=\frac{112}{-144}\\&=\frac{-7_{\times(-16)}}{9_{\times(-16)}}\\&=\frac{-7}{9}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \dfrac{-7}{8}$ et $t_2 = \dfrac{-7}{9}$.

▶**3.** $x^2 + 4x - 4 = 0$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 32$ et $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4-\sqrt{32}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{32}}{2} \\ &= \frac{-4-4\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{-2_{\times 2} - 2_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} \\ &= -2-2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-4+\sqrt{32}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{32}}{2} \\ &= \frac{-4+4\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{-2_{\times 2} + 2_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} \\ &= -2+2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2-2\sqrt{2}$ et $x_2 = -2+2\sqrt{2}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

▶**1.** $x^2 + 8x + 15 = 0$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 15 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-8-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-8-\sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{-8-2}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-8+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-8+\sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{-8+2}{2} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= -3 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -5$ et $x_2 = -3$.

▶**2.** $84y^2 - 109y + 35 = 0$

Je calcule $\Delta = (-109)^2 - 4 \times 84 \times 35 = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-109)-\sqrt{121}}{2\times 84} &= \frac{109-\sqrt{121}}{168} \\ &= \frac{109-11}{168} \\ &= \frac{98}{168} \\ &= \frac{7_{\times 14}}{12_{\times 14}} \\ &= \frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-109)+\sqrt{121}}{2\times 84} &= \frac{109+\sqrt{121}}{168} \\ &= \frac{109+11}{168} \\ &= \frac{120}{168} \\ &= \frac{5_{\times 24}}{7_{\times 24}} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \dfrac{7}{12}$ et $y_2 = \dfrac{5}{7}$.

▶**3.** $-t^2 + 2t + 8 = 0$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 8 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{36}}{2\times(-1)} &= \frac{-2+\sqrt{36}}{-2}\\ &= \frac{-2+6}{-2}\\ &= \frac{4}{-2}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{36}}{2\times(-1)} &= \frac{-2-\sqrt{36}}{-2}\\ &= \frac{-2-6}{-2}\\ &= \frac{-8}{-2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -2$ et $t_2 = 4$.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $z^2 + 7z - 30 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4\times 1\times(-30) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{-7-\sqrt{169}}{2}\\ &= \frac{-7-13}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{-7+\sqrt{169}}{2}\\ &= \frac{-7+13}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -10$ et $z_2 = 3$.

►**2.** $-5z^2 - 4z + 1 = 0$

Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4\times(-5)\times 1 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)+\sqrt{36}}{2\times(-5)} &= \frac{4+\sqrt{36}}{-10}\\ &= \frac{4+6}{-10}\\ &= \frac{10}{-10}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)-\sqrt{36}}{2\times(-5)} &= \frac{4-\sqrt{36}}{-10}\\ &= \frac{4-6}{-10}\\ &= \frac{-2}{-10}\\ &= \frac{1_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}}\\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -1$ et $z_2 = \frac{1}{5}$.

►**3.** $x^2 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4\times 1\times 0 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-0}{2\times 1} = 0$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

▶**1.** $t^2 - 5t + 6 = 0$

Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{5-\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{5-1}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-5)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{5+\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{5+1}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = 2$ et $t_2 = 3$.

▶**2.** $77y^2 + 57y - 54 = 0$

Je calcule $\Delta = 57^2 - 4 \times 77 \times (-54) = 19\,881$ et $\sqrt{19\,881} = 141$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-57-\sqrt{19\,881}}{2\times 77} &= \frac{-57-\sqrt{19\,881}}{154} \\ &= \frac{-57-141}{154} \\ &= \frac{-198}{154} \\ &= \frac{-9_{\times 22}}{7_{\times 22}} \\ &= \frac{-9}{7}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-57+\sqrt{19\,881}}{2\times 77} &= \frac{-57+\sqrt{19\,881}}{154} \\ &= \frac{-57+141}{154} \\ &= \frac{84}{154} \\ &= \frac{6_{\times 14}}{11_{\times 14}} \\ &= \frac{6}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \dfrac{-9}{7}$ et $y_2 = \dfrac{6}{11}$.

▶**3.** $-t^2 + 5t + 6 = 0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times 6 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{49}}{2\times(-1)} &= \frac{-5+\sqrt{49}}{-2} \\ &= \frac{-5+7}{-2} \\ &= \frac{2}{-2} \\ &= -1\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{49}}{2\times(-1)} &= \frac{-5-\sqrt{49}}{-2} \\ &= \frac{-5-7}{-2} \\ &= \frac{-12}{-2} \\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -1$ et $t_2 = 6$.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

▶**1.** $y^2 + y - 6 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-1-5}{2} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= -3\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-1+5}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -3$ et $y_2 = 2$.

▶2. $-9x^2 + 9x - 2 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-9) \times (-2) = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{9}}{2\times(-9)} &= \frac{-9+\sqrt{9}}{-18}\\ &= \frac{-9+3}{-18}\\ &= \frac{-6}{-18}\\ &= \frac{1_{\times(-6)}}{3_{\times(-6)}}\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{9}}{2\times(-9)} &= \frac{-9-\sqrt{9}}{-18}\\ &= \frac{-9-3}{-18}\\ &= \frac{-12}{-18}\\ &= \frac{2_{\times(-6)}}{3_{\times(-6)}}\\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1}{3}$ et $x_2 = \frac{2}{3}$.

▶3. $t^2 + t + 6 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 6 = -23$.

Comme $\Delta < 0$, $P(t)$ n'a pas de racines.