

Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 + 7y - 30 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times (-30) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7 - \sqrt{169}}{2 \times 1} &= \frac{-7 - \sqrt{169}}{2} \\ &= \frac{-7 - 13}{2} \\ &= \frac{-20}{2} \\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7 + \sqrt{169}}{2 \times 1} &= \frac{-7 + \sqrt{169}}{2} \\ &= \frac{-7 + 13}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -10$ et $y_2 = 3$.

►2. $30z^2 - 13z + 1 = 0$

Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 30 \times 1 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) - \sqrt{49}}{2 \times 30} &= \frac{13 - \sqrt{49}}{60} \\ &= \frac{13 - 7}{60} \\ &= \frac{6}{60} \\ &= \frac{1 \times 6}{10 \times 6} \\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) + \sqrt{49}}{2 \times 30} &= \frac{13 + \sqrt{49}}{60} \\ &= \frac{13 + 7}{60} \\ &= \frac{20}{60} \\ &= \frac{1 \times 20}{3 \times 20} \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{1}{10}$ et $z_2 = \frac{1}{3}$.

►3. $-y^2 + 3y - 1 = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3 + \sqrt{5}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 + \sqrt{5}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-1) - 1 \times (-1)\sqrt{5}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3 - \sqrt{5}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 - \sqrt{5}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-1) + 1 \times (-1)\sqrt{5}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ et $y_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 + 13z + 40 = 0$

Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 1 \times 40 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-13 - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-13 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-13 - 3}{2} \\ &= \frac{-16}{2} \\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-13 + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-13 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-13 + 3}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -8$ et $z_2 = -5$.

►2. $5y^2 - 3y - 14 = 0$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 5 \times (-14) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) - \sqrt{289}}{2 \times 5} &= \frac{3 - \sqrt{289}}{10} \\ &= \frac{3 - 17}{10} \\ &= \frac{-14}{10} \\ &= \frac{-7 \times 2}{5 \times 2} \\ &= \frac{-7}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) + \sqrt{289}}{2 \times 5} &= \frac{3 + \sqrt{289}}{10} \\ &= \frac{3 + 17}{10} \\ &= \frac{20}{10} \\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-7}{5}$ et $y_2 = 2$.

►3. $z^2 + 8z - 8 = 0$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 96$ et $\sqrt{96} = 4\sqrt{6}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8 - \sqrt{96}}{2 \times 1} &= \frac{-8 - \sqrt{96}}{2} \\ &= \frac{-8 - 4\sqrt{6}}{2} \\ &= \frac{-4 \times 2 - 2 \times 2\sqrt{6}}{1 \times 2} \\ &= -4 - 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8 + \sqrt{96}}{2 \times 1} &= \frac{-8 + \sqrt{96}}{2} \\ &= \frac{-8 + 4\sqrt{6}}{2} \\ &= \frac{-4 \times 2 + 2 \times 2\sqrt{6}}{1 \times 2} \\ &= -4 + 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -4 - 2\sqrt{6}$ et $z_2 = -4 + 2\sqrt{6}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 - y - 30 = 0$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-30) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1) - \sqrt{121}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{121}}{2} \\ &= \frac{1 - 11}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1) + \sqrt{121}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{121}}{2} \\ &= \frac{1 + 11}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -5$ et $y_2 = 6$.

►2. $77z^2 + 69z + 10 = 0$

Je calcule $\Delta = 69^2 - 4 \times 77 \times 10 = 1\,681$ et $\sqrt{1\,681} = 41$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-69 - \sqrt{1\,681}}{2 \times 77} &= \frac{-69 - \sqrt{1\,681}}{154} \\&= \frac{-69 - 41}{154} \\&= \frac{-110}{154} \\&= \frac{-5 \times 22}{7 \times 22} \\&= \frac{-5}{7} \\&= -\frac{5}{7}\end{aligned}\quad \begin{aligned}\frac{-69 + \sqrt{1\,681}}{2 \times 77} &= \frac{-69 + \sqrt{1\,681}}{154} \\&= \frac{-69 + 41}{154} \\&= \frac{-28}{154} \\&= \frac{-2 \times 14}{11 \times 14} \\&= \frac{-2}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -\frac{5}{7}$ et $z_2 = -\frac{2}{11}$.

►3. $-y^2 + 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 20$ et $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0 + \sqrt{20}}{2 \times (-1)} &= \frac{+\sqrt{20}}{-2} \\&= \frac{+2\sqrt{5}}{-2} \\&= \frac{0_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{5}}{1_{\times(-2)}} \\&= -\sqrt{5}\end{aligned}\quad \begin{aligned}\frac{-0 - \sqrt{20}}{2 \times (-1)} &= \frac{-\sqrt{20}}{-2} \\&= \frac{-2\sqrt{5}}{-2} \\&= \frac{0_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{5}}{1_{\times(-2)}} \\&= \sqrt{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -\sqrt{5}$ et $y_2 = \sqrt{5}$.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 - 15z + 56 = 0$

Je calcule $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times 56 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-15) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{15 - \sqrt{1}}{2} \\&= \frac{15 - 1}{2} \\&= \frac{14}{2} \\&= 7\end{aligned}\quad \begin{aligned}\frac{-(-15) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{15 + \sqrt{1}}{2} \\&= \frac{15 + 1}{2} \\&= \frac{16}{2} \\&= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = 7$ et $z_2 = 8$.

►2. $11t^2 + 9t - 2 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 11 \times (-2) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-9 - \sqrt{169}}{2 \times 11} &= \frac{-9 - \sqrt{169}}{22} \\ &= \frac{-9 - 13}{22} \\ &= \frac{-22}{22} \\ &= -1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{-9 + \sqrt{169}}{2 \times 11} &= \frac{-9 + \sqrt{169}}{22} \\ &= \frac{-9 + 13}{22} \\ &= \frac{4}{22} \\ &= \frac{2 \times 2}{11 \times 2} \\ &= \frac{2}{11} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -1$ et $t_2 = \frac{2}{11}$.

►3. $-z^2 + 9z + 4 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 97$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-9 + \sqrt{97}}{2 \times (-1)} &= \frac{-9 + \sqrt{97}}{-2} \\ &= \frac{9 \times (-1) - 1 \times (-1)\sqrt{97}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{9 - \sqrt{97}}{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{-9 - \sqrt{97}}{2 \times (-1)} &= \frac{-9 - \sqrt{97}}{-2} \\ &= \frac{9 \times (-1) + 1 \times (-1)\sqrt{97}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{9 + \sqrt{97}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{9 - \sqrt{97}}{2}$ et $z_2 = \frac{9 + \sqrt{97}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 - 8y + 15 = 0$

Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 15 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-8) - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{8 - \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{8 - 2}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{-(-8) + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{8 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{8 + 2}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = 3$ et $y_2 = 5$.

►2. $132t^2 + 17t - 30 = 0$

Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times 132 \times (-30) = 16\,129$ et $\sqrt{16\,129} = 127$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-17 - \sqrt{16\,129}}{2 \times 132} &= \frac{-17 - \sqrt{16\,129}}{264} \\ &= \frac{-17 - 127}{264} \\ &= \frac{-144}{264} \\ &= \frac{-6 \times 24}{11 \times 24} \\ &= \frac{-6}{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-17 + \sqrt{16\,129}}{2 \times 132} &= \frac{-17 + \sqrt{16\,129}}{264} \\ &= \frac{-17 + 127}{264} \\ &= \frac{110}{264} \\ &= \frac{5 \times 22}{12 \times 22} \\ &= \frac{5}{12}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{-6}{11}$ et $t_2 = \frac{5}{12}$.

►3. $y^2 + 5y = 0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 0 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5 - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-5 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-5 - 5}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5 + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-5 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-5 + 5}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -5$ et $y_2 = 0$.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 - 3x - 40 = 0$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-40) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) - \sqrt{169}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{169}}{2} \\ &= \frac{3 - 13}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) + \sqrt{169}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{169}}{2} \\ &= \frac{3 + 13}{2} \\ &= \frac{16}{2} \\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -5$ et $x_2 = 8$.

►2. $-11y^2 - 19y - 8 = 0$

Je calcule $\Delta = (-19)^2 - 4 \times (-11) \times (-8) = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-19) + \sqrt{9}}{2 \times (-11)} &= \frac{19 + \sqrt{9}}{-22} \\ &= \frac{19 + 3}{-22} \\ &= \frac{22}{-22} \\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-19) - \sqrt{9}}{2 \times (-11)} &= \frac{19 - \sqrt{9}}{-22} \\ &= \frac{19 - 3}{-22} \\ &= \frac{16}{-22} \\ &= \frac{-8 \times (-2)}{11 \times (-2)} \\ &= \frac{-8}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -1$ et $y_2 = \frac{-8}{11}$.

►3. $t^2 + 6t + 7 = 0$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 7 = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6 - \sqrt{8}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{8}}{2} \\ &= \frac{-6 - 2\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{-3_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} \\ &= -3 - \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6 + \sqrt{8}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{8}}{2} \\ &= \frac{-6 + 2\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{-3_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} \\ &= -3 + \sqrt{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -3 - \sqrt{2}$ et $t_2 = -3 + \sqrt{2}$.