

Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 - 7x + 6 = 0$

Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-7) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{7 - \sqrt{25}}{2} & \frac{-(-7) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{7 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{7 - 5}{2} & &= \frac{7 + 5}{2} \\ &= \frac{2}{2} & &= \frac{12}{2} \\ &= 1 & &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 6$.

►2. $4x^2 - 3x - 1 = 0$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 4 \times (-1) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{25}}{2 \times 4} &= \frac{3 - \sqrt{25}}{8} & \frac{-(-3) + \sqrt{25}}{2 \times 4} &= \frac{3 + \sqrt{25}}{8} \\ &= \frac{3 - 5}{8} & &= \frac{3 + 5}{8} \\ &= \frac{-2}{8} & &= \frac{8}{8} \\ &= \frac{-1 \times 2}{4 \times 2} & &= 1 \\ &= \frac{-1}{4} & & \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{4}$ et $x_2 = 1$.

►3. $-x^2 + x - 1 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = -3$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 + 10z + 24 = 0$

Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 24 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-10 - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{-10 - \sqrt{4}}{2} & \frac{-10 + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{-10 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{-10 - 2}{2} & &= \frac{-10 + 2}{2} \\ &= \frac{-12}{2} & &= \frac{-8}{2} \\ &= -6 & &= -4 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -6$ et $z_2 = -4$.

►2. $-8x^2 + 10x + 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times (-8) \times 3 = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-10 + \sqrt{196}}{2 \times (-8)} &= \frac{-10 + \sqrt{196}}{-16} & \frac{-10 - \sqrt{196}}{2 \times (-8)} &= \frac{-10 - \sqrt{196}}{-16} \\ &= \frac{-10 + 14}{-16} & &= \frac{-10 - 14}{-16} \\ &= \frac{4}{-16} & &= \frac{-24}{-16} \\ &= \frac{-1 \times (-4)}{4 \times (-4)} & &= \frac{3 \times (-8)}{2 \times (-8)} \\ &= \frac{-1}{4} & &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{4}$ et $x_2 = \frac{3}{2}$.

►3. $-x^2 + 6x + 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 48$ et $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 + \sqrt{48}}{2 \times (-1)} &= \frac{-6 + \sqrt{48}}{-2} & \frac{-6 - \sqrt{48}}{2 \times (-1)} &= \frac{-6 - \sqrt{48}}{-2} \\ &= \frac{-6 + 4\sqrt{3}}{-2} & &= \frac{-6 - 4\sqrt{3}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-2) - 2 \times (-2)\sqrt{3}}{1 \times (-2)} & &= \frac{3 \times (-2) + 2 \times (-2)\sqrt{3}}{1 \times (-2)} \\ &= 3 - 2\sqrt{3} & &= 3 + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 3 - 2\sqrt{3}$ et $x_2 = 3 + 2\sqrt{3}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 + 11z + 24 = 0$

Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times 1 \times 24 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-11 - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-11 - \sqrt{25}}{2} & \frac{-11 + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-11 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-11 - 5}{2} & &= \frac{-11 + 5}{2} \\ &= \frac{-16}{2} & &= \frac{-6}{2} \\ &= -8 & &= -3 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -8$ et $z_2 = -3$.

►2. $28z^2 - 11z + 1 = 0$

Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 28 \times 1 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-11) - \sqrt{9}}{2 \times 28} &= \frac{11 - \sqrt{9}}{56} & \frac{-(-11) + \sqrt{9}}{2 \times 28} &= \frac{11 + \sqrt{9}}{56} \\ &= \frac{11 - 3}{56} & &= \frac{11 + 3}{56} \\ &= \frac{8}{56} & &= \frac{14}{56} \\ &= \frac{1 \times 8}{7 \times 8} & &= \frac{1 \times 14}{4 \times 14} \\ &= \frac{1}{7} & &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{1}{7}$ et $z_2 = \frac{1}{4}$.

►3. $x^2 + 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 5 = -20$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 + y - 42 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-42) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-1 - \sqrt{169}}{2 \times 1} &= \frac{-1 - \sqrt{169}}{2} & \frac{-1 + \sqrt{169}}{2 \times 1} &= \frac{-1 + \sqrt{169}}{2} \\ &= \frac{-1 - 13}{2} & &= \frac{-1 + 13}{2} \\ &= \frac{-14}{2} & &= \frac{12}{2} \\ &= -7 & &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -7$ et $y_2 = 6$.

►2. $-4x^2 + 43x - 30 = 0$

Je calcule $\Delta = 43^2 - 4 \times (-4) \times (-30) = 1369$ et $\sqrt{1369} = 37$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-43 + \sqrt{1369}}{2 \times (-4)} &= \frac{-43 + \sqrt{1369}}{-8} & \frac{-43 - \sqrt{1369}}{2 \times (-4)} &= \frac{-43 - \sqrt{1369}}{-8} \\ &= \frac{-43 + 37}{-8} & &= \frac{-43 - 37}{-8} \\ &= \frac{-6}{-8} & &= \frac{-80}{-8} \\ &= \frac{3 \times (-2)}{4 \times (-2)} & &= 10 \\ &= \frac{3}{4} & & \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{3}{4}$ et $x_2 = 10$.

►3. $-z^2 + 3z = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3 + \sqrt{9}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 + \sqrt{9}}{-2} \\ &= \frac{-3 + 3}{-2} \\ &= \frac{0}{-2} \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3 - \sqrt{9}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 - \sqrt{9}}{-2} \\ &= \frac{-3 - 3}{-2} \\ &= \frac{-6}{-2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = 0$ et $z_2 = 3$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 + 9y + 14 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times 14 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9 - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-9 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-9 - 5}{2} \\ &= \frac{-14}{2} \\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9 + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-9 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-9 + 5}{2} \\ &= \frac{-4}{2} \\ &= -2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -7$ et $y_2 = -2$.

►2. $-45z^2 - 31z + 8 = 0$

Je calcule $\Delta = (-31)^2 - 4 \times (-45) \times 8 = 2401$ et $\sqrt{2401} = 49$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-31) + \sqrt{2401}}{2 \times (-45)} &= \frac{31 + \sqrt{2401}}{-90} \\ &= \frac{31 + 49}{-90} \\ &= \frac{80}{-90} \\ &= \frac{-8 \times (-10)}{9 \times (-10)} \\ &= \frac{-8}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-31) - \sqrt{2401}}{2 \times (-45)} &= \frac{31 - \sqrt{2401}}{-90} \\ &= \frac{31 - 49}{-90} \\ &= \frac{-18}{-90} \\ &= \frac{1 \times (-18)}{5 \times (-18)} \\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{-8}{9}$ et $z_2 = \frac{1}{5}$.

►3. $-z^2 + 9z - 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 69$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9 + \sqrt{69}}{2 \times (-1)} &= \frac{-9 + \sqrt{69}}{-2} \\ &= \frac{9 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{69}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{9 - \sqrt{69}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9 - \sqrt{69}}{2 \times (-1)} &= \frac{-9 - \sqrt{69}}{-2} \\ &= \frac{9 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{69}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{9 + \sqrt{69}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{9 - \sqrt{69}}{2}$ et $z_2 = \frac{9 + \sqrt{69}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 - z = 0$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{1 - 1}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{1 + 1}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = 0$ et $z_2 = 1$.

►2. $-6x^2 + 47x - 90 = 0$

Je calcule $\Delta = 47^2 - 4 \times (-6) \times (-90) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-47 + \sqrt{49}}{2 \times (-6)} &= \frac{-47 + \sqrt{49}}{-12} \\ &= \frac{-47 + 7}{-12} \\ &= \frac{-40}{-12} \\ &= \frac{10 \times (-4)}{3 \times (-4)} \\ &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-47 - \sqrt{49}}{2 \times (-6)} &= \frac{-47 - \sqrt{49}}{-12} \\ &= \frac{-47 - 7}{-12} \\ &= \frac{-54}{-12} \\ &= \frac{9 \times (-6)}{2 \times (-6)} \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{10}{3}$ et $x_2 = \frac{9}{2}$.

►3. $t^2 + 6t + 9 = 0$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $P(t)$ a une seule racine $t_0 = \frac{-6}{2 \times 1} = -3$.