

Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 - 4x - 5 = 0$

Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-4) - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{4 - \sqrt{36}}{2} & \frac{-(-4) + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{4 + \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{4 - 6}{2} & &= \frac{4 + 6}{2} \\ &= \frac{-2}{2} & &= \frac{10}{2} \\ &= -1 & &= 5 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 5$.

►2. $-8y^2 - 30y - 25 = 0$

Je calcule $\Delta = (-30)^2 - 4 \times (-8) \times (-25) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-30) + \sqrt{100}}{2 \times (-8)} &= \frac{30 + \sqrt{100}}{-16} & \frac{-(-30) - \sqrt{100}}{2 \times (-8)} &= \frac{30 - \sqrt{100}}{-16} \\ &= \frac{30 + 10}{-16} & &= \frac{30 - 10}{-16} \\ &= \frac{40}{-16} & &= \frac{20}{-16} \\ &= \frac{-5 \times (-8)}{2 \times (-8)} & &= \frac{-5 \times (-4)}{4 \times (-4)} \\ &= \frac{-5}{2} & &= \frac{-5}{4} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-5}{2}$ et $y_2 = \frac{-5}{4}$.

►3. $x^2 + 2x + 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 5 = -16$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 - 9z + 14 = 0$

Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 1 \times 14 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-9) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{9 - \sqrt{25}}{2} & \frac{-(-9) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{9 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{9 - 5}{2} & &= \frac{9 + 5}{2} \\ &= \frac{4}{2} & &= \frac{14}{2} \\ &= 2 & &= 7 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = 2$ et $z_2 = 7$.

►2. $-25x^2 - 20x + 32 = 0$

Je calcule $\Delta = (-20)^2 - 4 \times (-25) \times 32 = 3\,600$ et $\sqrt{3\,600} = 60$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-20) + \sqrt{3\,600}}{2 \times (-25)} &= \frac{20 + \sqrt{3\,600}}{-50} & \frac{-(-20) - \sqrt{3\,600}}{2 \times (-25)} &= \frac{20 - \sqrt{3\,600}}{-50} \\ &= \frac{20 + 60}{-50} & &= \frac{20 - 60}{-50} \\ &= \frac{80}{-50} & &= \frac{-40}{-50} \\ &= \frac{-8 \times (-10)}{5 \times (-10)} & &= \frac{4 \times (-10)}{5 \times (-10)} \\ &= \frac{-8}{5} & &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-8}{5}$ et $x_2 = \frac{4}{5}$.

►3. $t^2 + 5t + 9 = 0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 9 = -11$.

Comme $\Delta < 0$, $P(t)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 + 2x - 24 = 0$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-24) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-2 - \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{-2 - \sqrt{100}}{2} & \frac{-2 + \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{-2 + \sqrt{100}}{2} \\ &= \frac{-2 - 10}{2} & &= \frac{-2 + 10}{2} \\ &= \frac{-12}{2} & &= \frac{8}{2} \\ &= -6 & &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 4$.

►2. $-60x^2 + 97x - 30 = 0$

Je calcule $\Delta = 97^2 - 4 \times (-60) \times (-30) = 2\,209$ et $\sqrt{2\,209} = 47$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-97 + \sqrt{2\,209}}{2 \times (-60)} &= \frac{-97 + \sqrt{2\,209}}{-120} & \frac{-97 - \sqrt{2\,209}}{2 \times (-60)} &= \frac{-97 - \sqrt{2\,209}}{-120} \\ &= \frac{-97 + 47}{-120} & &= \frac{-97 - 47}{-120} \\ &= \frac{-50}{-120} & &= \frac{-144}{-120} \\ &= \frac{5 \times (-10)}{12 \times (-10)} & &= \frac{6 \times (-24)}{5 \times (-24)} \\ &= \frac{5}{12} & &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{5}{12}$ et $x_2 = \frac{6}{5}$.

►3. $t^2 + t - 7 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 29$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\frac{-1 - \sqrt{29}}{2 \times 1} = \frac{-1 - \sqrt{29}}{2} \qquad \frac{-1 + \sqrt{29}}{2 \times 1} = \frac{-1 + \sqrt{29}}{2}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{-1 - \sqrt{29}}{2}$ et $t_2 = \frac{-1 + \sqrt{29}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 + 5x + 4 = 0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 4 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-5 - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-5 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-5 - 3}{2} \\ &= \frac{-8}{2} \\ &= -4 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-5 + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-5 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-5 + 3}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = -1$.

►2. $-x^2 + 5x - 6 = 0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \times (-1)} &= \frac{-5 + \sqrt{1}}{-2} \\ &= \frac{-5 + 1}{-2} \\ &= \frac{-4}{-2} \\ &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \times (-1)} &= \frac{-5 - \sqrt{1}}{-2} \\ &= \frac{-5 - 1}{-2} \\ &= \frac{-6}{-2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$.

►3. $-y^2 + 7y - 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-5) = 29$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-7 + \sqrt{29}}{2 \times (-1)} &= \frac{-7 + \sqrt{29}}{-2} \\ &= \frac{7 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{29}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{7 - \sqrt{29}}{2} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-7 - \sqrt{29}}{2 \times (-1)} &= \frac{-7 - \sqrt{29}}{-2} \\ &= \frac{7 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{29}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{7 + \sqrt{29}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{7 - \sqrt{29}}{2}$ et $y_2 = \frac{7 + \sqrt{29}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 - 2z + 1 = 0$

Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $P(z)$ a une seule racine $z_0 = \frac{-(-2)}{2 \times 1} = 1$.

►2. $10z^2 - 33z - 7 = 0$

Je calcule $\Delta = (-33)^2 - 4 \times 10 \times (-7) = 1369$ et $\sqrt{1369} = 37$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-33) - \sqrt{1369}}{2 \times 10} &= \frac{33 - \sqrt{1369}}{20} & \frac{-(-33) + \sqrt{1369}}{2 \times 10} &= \frac{33 + \sqrt{1369}}{20} \\ &= \frac{33 - 37}{20} & &= \frac{33 + 37}{20} \\ &= \frac{-4}{20} & &= \frac{70}{20} \\ &= \frac{-1 \times 4}{5 \times 4} & &= \frac{7 \times 10}{2 \times 10} \\ &= \frac{-1}{5} & &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{-1}{5}$ et $z_2 = \frac{7}{2}$.

►3. $-z^2 + 7z + 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 61$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-7 + \sqrt{61}}{2 \times (-1)} &= \frac{-7 + \sqrt{61}}{-2} & \frac{-7 - \sqrt{61}}{2 \times (-1)} &= \frac{-7 - \sqrt{61}}{-2} \\ &= \frac{7 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{61}}{2 \times (-1)} & &= \frac{7 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{61}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{7 - \sqrt{61}}{2} & &= \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{7 - \sqrt{61}}{2}$ et $z_2 = \frac{7 + \sqrt{61}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 - 6t = 0$

Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-6) - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{6 - \sqrt{36}}{2} & \frac{-(-6) + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{6 + \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{6 - 6}{2} & &= \frac{6 + 6}{2} \\ &= \frac{0}{2} & &= \frac{12}{2} \\ &= 0 & &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = 0$ et $t_2 = 6$.

►2. $24t^2 + 7t - 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 24 \times (-5) = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-7 - \sqrt{529}}{2 \times 24} &= \frac{-7 - \sqrt{529}}{48} \\ &= \frac{-7 - 23}{48} \\ &= \frac{-30}{48} \\ &= \frac{-5 \times 6}{8 \times 6} \\ &= \frac{-5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-7 + \sqrt{529}}{2 \times 24} &= \frac{-7 + \sqrt{529}}{48} \\ &= \frac{-7 + 23}{48} \\ &= \frac{16}{48} \\ &= \frac{1 \times 16}{3 \times 16} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{-5}{8}$ et $t_2 = \frac{1}{3}$.

►3. $-z^2 - 7 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times (-7) = -28$.

Comme $\Delta < 0$, $P(z)$ n'a pas de racines.