Corrigé de l'exercice 1

▶**1.** Soit $E = x^3 + 12x^2 - x - 252)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +12x^2 & -1x & -252 & x+9 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2+3x-28 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +3x^2 & -1x & & \\
 & -(+3x^2 & +27x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -28x & -252 & \\
 & & -(-28x & -252) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 12x^2 - x - 252 = \left(x^2 + 3x - 28\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 3x - 28$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-28) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3-\sqrt{121}}{2 \times 1} &= \frac{-3-\sqrt{121}}{2} \\ &= \frac{-3-11}{2} \\ &= \frac{-14}{2} \\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-3+\sqrt{121}}{2 \times 1} &= \frac{-3+\sqrt{121}}{2} \\ &= \frac{-3+11}{2} \\ &= \frac{8}{2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-7))\,(x - 4) = (x + 7)\,(x - 4)$$

On en conclue donc que $E = (x + 9)\,(x + 7)\,(x - 4)$

▶**2.** Soit $F = -77x^3 - 225x^2 - 211x - 63)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-77x^3 & -225x^2 & -211x & -63 & x+1 \\ \cline{5-5}
-(-77x^3 & -77x^2) & & & -77x^2-148x-63 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -148x^2 & -211x & & \\
 & -(-148x^2 & -148x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -63x & -63 & \\
 & & -(-63x & -63) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-77x^3 - 225x^2 - 211x - 63 = \left(-77x^2 - 148x - 63\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -77x^2 - 148x - 63$
Je calcule $\Delta = (-148)^2 - 4 \times (-77) \times (-63) = 2\,500$ et $\sqrt{2\,500} = 50$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-148)+\sqrt{2\,500}}{2\times(-77)} &= \frac{148+\sqrt{2\,500}}{-154}\\ &= \frac{148+50}{-154}\\ &= \frac{198}{-154}\\ &= \frac{-9_{\times(-22)}}{7_{\times(-22)}}\\ &= \frac{-9}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-148)-\sqrt{2\,500}}{2\times(-77)} &= \frac{148-\sqrt{2\,500}}{-154}\\ &= \frac{148-50}{-154}\\ &= \frac{98}{-154}\\ &= \frac{-7_{\times(-14)}}{11_{\times(-14)}}\\ &= \frac{-7}{11}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-9}{7}$ et $x_2 = \frac{-7}{11}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -77\times\left(x-\left(-\frac{9}{7}\right)\right)\left(x-\left(-\frac{7}{11}\right)\right) = -77\times\left(x+\frac{9}{7}\right)\left(x+\frac{7}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F = -77\,(x+1)\left(x+\frac{9}{7}\right)\left(x+\frac{7}{11}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Soit $E = x^3+2x^2-84x-360)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x+6$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +2x^2 & -84x & -360 & x+6 \\ \hline -(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2-4x-60 \\ +0x^3 & -4x^2 & -84x & & \\ & -(-4x^2 & -24x) & & \\ & +0x^2 & -60x & -360 & \\ & & -(-60x & -360) & \\ & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3+2x^2-84x-360 = \left(x^2-4x-60\right)\times(x+6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2-4x-60$
Je calcule $\Delta = (-4)^2-4\times1\times(-60) = 256$ et $\sqrt{256} = 16$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)-\sqrt{256}}{2\times1} &= \frac{4-\sqrt{256}}{2}\\ &= \frac{4-16}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)+\sqrt{256}}{2\times1} &= \frac{4+\sqrt{256}}{2}\\ &= \frac{4+16}{2}\\ &= \frac{20}{2}\\ &= 10\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 10$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x-\left(2-2\sqrt{14}\right)\right)\left(x-\left(2+2\sqrt{14}\right)\right)$$

On en conclue donc que $E = (x+6)\left(x-\left(2-2\sqrt{14}\right)\right)\left(x-\left(2+2\sqrt{14}\right)\right)$

▶2. Soit $F = 6x^3 + 31x^2 + 29x + 4)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+6x^3 & +31x^2 & +29x & +4 & x+1 \\ \cline{5-5}
-(+6x^3 & +6x^2) & & & 6x^2+25x+4 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +25x^2 & +29x & & \\
& -(+25x^2 & +25x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +4x & +4 & \\
& & -(+4x & +4) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$6x^3 + 31x^2 + 29x + 4 = \left(6x^2 + 25x + 4\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 6x^2 + 25x + 4$
Je calcule $\Delta = 25^2 - 4 \times 6 \times 4 = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-25 - \sqrt{529}}{2 \times 6} &= \frac{-25 - \sqrt{529}}{12} \\ &= \frac{-25 - 23}{12} \\ &= \frac{-48}{12} \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-25 + \sqrt{529}}{2 \times 6} &= \frac{-25 + \sqrt{529}}{12} \\ &= \frac{-25 + 23}{12} \\ &= \frac{-2}{12} \\ &= \frac{-1_{\times 2}}{6_{\times 2}} \\ &= \frac{-1}{6} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -4$ et $x_2 = \dfrac{-1}{6}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 6 \times (x - (-4)) \left(x - \left(-\frac{1}{6}\right)\right) = 6 \times (x + 4) \left(x + \frac{1}{6}\right)$$

On en conclue donc que $F = 6\,(x + 1)\,(x + 4) \left(x + \dfrac{1}{6}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Soit $E = x^3 + x^2 - 32x - 60)$

a) Comme $E(-5) = 0$, on peut diviser E par $x + 5$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +1x^2 & -32x & -60 & x+5 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +5x^2) & & & x^2-4x-12 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -4x^2 & -32x & & \\
& -(-4x^2 & -20x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -12x & -60 & \\
& & -(-12x & -60) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + x^2 - 32x - 60 = \left(x^2 - 4x - 12\right) \times (x + 5)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 4x - 12$
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)-\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{4-\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{4-8}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-4)+\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{4+\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{4+8}{2}\\ &= \frac{12}{2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 6$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \left(2 - 2\sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(2 + 2\sqrt{2}\right)\right)$$

On en conclue donc que $E = (x+5)\left(x - \left(2 - 2\sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(2 + 2\sqrt{2}\right)\right)$

►2. Soit $F = 60x^3 - 103x^2 - 9x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(60x^2 - 103x - 9\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 60x^2 - 103x - 9$
Je calcule $\Delta = (-103)^2 - 4 \times 60 \times (-9) = 12\,769$ et $\sqrt{12\,769} = 113$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-103)-\sqrt{12\,769}}{2\times 60} &= \frac{103-\sqrt{12\,769}}{120}\\ &= \frac{103-113}{120}\\ &= \frac{-10}{120}\\ &= \frac{-1_{\times 10}}{12_{\times 10}}\\ &= \frac{-1}{12}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-103)+\sqrt{12\,769}}{2\times 60} &= \frac{103+\sqrt{12\,769}}{120}\\ &= \frac{103+113}{120}\\ &= \frac{216}{120}\\ &= \frac{9_{\times 24}}{5_{\times 24}}\\ &= \frac{9}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-1}{12}$ et $x_2 = \dfrac{9}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 60 \times \left(x - \left(-\frac{1}{12}\right)\right)\left(x - \frac{9}{5}\right) = 60 \times \left(x + \frac{1}{12}\right)\left(x - \frac{9}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = 60x\left(x + \dfrac{1}{12}\right)\left(x - \dfrac{9}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►1. Soit $E = x^3 + 15x^2 + 71x + 105)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x+7$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +15x^2 & +71x & +105 & x+7 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2+8x+15 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +8x^2 & +71x & & \\ & -(+8x^2 & +56x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +15x & +105 & \\ & & -(+15x & +105) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 15x^2 + 71x + 105 = \left(x^2 + 8x + 15\right) \times (x+7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 8x + 15$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 15 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-8-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-8-2}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-8+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-8+2}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -5$ et $x_2 = -3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-5))\,(x - (-3)) = (x+5)\,(x+3)$$

On en conclue donc que $E = (x+7)\,(x+5)\,(x+3)$

►2. Soit $F = 5x^3 - 4x^2 - 20x + 16)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+5x^3 & -4x^2 & -20x & +16 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(+5x^3 & -10x^2) & & & 5x^2+6x-8 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +6x^2 & -20x & & \\
 & -(+6x^2 & -12x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -8x & +16 & \\
 & & -(-8x & +16) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$5x^3 - 4x^2 - 20x + 16 = \left(5x^2 + 6x - 8\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 5x^2 + 6x - 8$
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 5 \times (-8) = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{196}}{2\times 5} &= \frac{-6-\sqrt{196}}{10}\\ &= \frac{-6-14}{10}\\ &= \frac{-20}{10}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{196}}{2\times 5} &= \frac{-6+\sqrt{196}}{10}\\ &= \frac{-6+14}{10}\\ &= \frac{8}{10}\\ &= \frac{4_{\times 2}}{5_{\times 2}}\\ &= \frac{4}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{4}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 5 \times (x - (-2))\left(x - \frac{4}{5}\right) = 5 \times (x+2)\left(x - \frac{4}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = 5\,(x-2)\,(x+2)\left(x - \frac{4}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►1. Soit $E = x^3 - 2x^2 - 56x + 192)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x + 8$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -2x^2 & -56x & +192 & x+8 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2-10x+24 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -10x^2 & -56x & & \\ & -(-10x^2 & -80x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +24x & +192 & \\ & & -(+24x & +192) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 56x + 192 = \left(x^2 - 10x + 24\right) \times (x + 8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 10x + 24$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-10) - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{10 - \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{10 - 2}{2} \\ &= \frac{8}{2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-10) + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{10 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{10 + 2}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 6$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 8) \times x^2 - 10x + 24$

►2. Soit $F = 22x^3 + 31x^2 - 25x + 2)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l} +22x^3 & +31x^2 & -25x & +2 & x+2 \\ \cline{5-5} -(+22x^3 & +44x^2) & & & 22x^2-13x+1 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -13x^2 & -25x & & \\ & -(-13x^2 & -26x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +1x & +2 & \\ & & -(+1x & +2) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$22x^3 + 31x^2 - 25x + 2 = \left(22x^2 - 13x + 1\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 22x^2 - 13x + 1$
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 22 \times 1 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-13) - \sqrt{81}}{2 \times 22} &= \frac{13 - \sqrt{81}}{44} \\ &= \frac{13 - 9}{44} \\ &= \frac{4}{44} \\ &= \frac{1_{\times 4}}{11_{\times 4}} \\ &= \frac{1}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-13) + \sqrt{81}}{2 \times 22} &= \frac{13 + \sqrt{81}}{44} \\ &= \frac{13 + 9}{44} \\ &= \frac{22}{44} \\ &= \frac{1_{\times 22}}{2_{\times 22}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{1}{11}$ et $x_2 = \dfrac{1}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 22 \times \left(x - \frac{1}{11}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = 22\,(x+2)\left(x - \dfrac{1}{11}\right)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Soit $E = x^3 - 91x + 90)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +0x^2 & -91x & +90 & x+10 \\
\hline
-(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2-10x+9 \\
\hline
+0x^3 & -10x^2 & -91x & & \\
& -(-10x^2 & -100x) & & \\
\hline
& +0x^2 & +9x & +90 & \\
& & -(+9x & +90) & \\
\hline
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 91x + 90 = \left(x^2 - 10x + 9\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 10x + 9$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-10) - \sqrt{64}}{2 \times 1} &= \frac{10 - \sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{10-8}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-10) + \sqrt{64}}{2 \times 1} &= \frac{10 + \sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{10+8}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 9$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-1)\,(x-9)$$

On en conclue donc que $E = (x+10)\,(x-1)\,(x-9)$

►**2.** Soit $F = -7x^3 - 3x^2 + 18x - 8)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-7x^3 & -3x^2 & +18x & -8 & x-1 \\
\hline
-(-7x^3 & +7x^2) & & & -7x^2-10x+8 \\
\hline
+0x^3 & -10x^2 & +18x & & \\
& -(-10x^2 & +10x) & & \\
\hline
& +0x^2 & +8x & -8 & \\
& & -(+8x & -8) & \\
\hline
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-7x^3 - 3x^2 + 18x - 8 = \left(-7x^2 - 10x + 8\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -7x^2 - 10x + 8$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times (-7) \times 8 = 324$ et $\sqrt{324} = 18$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)+\sqrt{324}}{2\times(-7)} &= \frac{10+\sqrt{324}}{-14}\\ &= \frac{10+18}{-14}\\ &= \frac{28}{-14}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)-\sqrt{324}}{2\times(-7)} &= \frac{10-\sqrt{324}}{-14}\\ &= \frac{10-18}{-14}\\ &= \frac{-8}{-14}\\ &= \frac{4_{\times(-2)}}{7_{\times(-2)}}\\ &= \frac{4}{7}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{4}{7}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -7 \times (x-(-2))\left(x-\frac{4}{7}\right) = -7 \times (x+2)\left(x-\frac{4}{7}\right)$$

On en conclue donc que $F = -7\,(x-1)\,(x+2)\left(x-\frac{4}{7}\right)$