Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 - 19x + 30)$

a) Comme $E(-5) = 0$, on peut diviser E par $x + 5$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +0x^2 & -19x & +30 & x+5 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +5x^2) & & & x^2-5x+6 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -5x^2 & -19x & & \\
 & -(-5x^2 & -25x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +6x & +30 & \\
 & & -(+6x & +30) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 19x + 30 = \left(x^2 - 5x + 6\right) \times (x + 5)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 5x + 6$
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{5 - \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{5-1}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{5 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{5+1}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 2)(x - 3)$$

On en conclue donc que $E = (x + 5)(x - 2)(x - 3)$

►2. Soit $F = -x^3 + x^2 + x - 1)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-1x^3 & +1x^2 & +1x & -1 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(-1x^3 & +1x^2) & & & -x^2+1 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +0x^2 & +1x & -1 & \\
 & & -(+1x & -1) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-x^3 + x^2 + x - 1 = \left(-x^2 + 1\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -x^2 + 1$
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 1 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0 + \sqrt{4}}{2 \times (-1)} &= \frac{+\sqrt{4}}{-2} \\ &= \frac{0+2}{-2} \\ &= \frac{2}{-2} \\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-0 - \sqrt{4}}{2 \times (-1)} &= \frac{-\sqrt{4}}{-2} \\ &= \frac{0-2}{-2} \\ &= \frac{-2}{-2} \\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 1$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -1 \times \,(x - (-1))\,(x - 1) = -1 \times \,(x + 1)\,(x - 1)$$

On en conclue donc que $F = -\,(x - 1)\,(x + 1)\,(x - 1)$

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Soit $E = x^3 + 2x^2 - 35x)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +2x^2 & -35x & +0 & x+7 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-5x \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -5x^2 & -35x & & \\
 & -(-5x^2 & -35x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0 & & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 2x^2 - 35x = \left(x^2 - 5x\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 5x$
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-\,(-5) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{5 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{5 - 5}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} \frac{-\,(-5) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{5 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{5 + 5}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 0)\,(x - 5)$$

On en conclue donc que $E = (x + 7)\,(x - 0)\,(x - 5)$

▶2. Soit $F = 72x^3 - 83x^2 - 24x + 35)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+72x^3 & -83x^2 & -24x & +35 & \quad x-1 \\ \cline{5-5}
-(+72x^3 & -72x^2) & & & 72x^2-11x-35 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -11x^2 & -24x & & \\
 & -(-11x^2 & +11x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -35x & +35 & \\
 & & -(-35x & +35) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$72x^3 - 83x^2 - 24x + 35 = \left(72x^2 - 11x - 35\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 72x^2 - 11x - 35$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 72 \times \,(-35) = 10\,201$ et $\sqrt{10\,201} = 101$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{10\,201}}{2\times 72} &= \frac{11-\sqrt{10\,201}}{144}\\ &= \frac{11-101}{144}\\ &= \frac{-90}{144}\\ &= \frac{-5_{\times 18}}{8_{\times 18}}\\ &= \frac{-5}{8}\end{aligned}\qquad\qquad \begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{10\,201}}{2\times 72} &= \frac{11+\sqrt{10\,201}}{144}\\ &= \frac{11+101}{144}\\ &= \frac{112}{144}\\ &= \frac{7_{\times 16}}{9_{\times 16}}\\ &= \frac{7}{9}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{8}$ et $x_2 = \frac{7}{9}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 72 \times \left(x - \left(-\frac{5}{8}\right)\right)\left(x - \frac{7}{9}\right) = 72 \times \left(x + \frac{5}{8}\right)\left(x - \frac{7}{9}\right)$$

On en conclue donc que $F = 72\,(x-1)\left(x + \frac{5}{8}\right)\left(x - \frac{7}{9}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

►1. Soit $E = x^3 - 52x + 96)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x+8$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +0x^2 & -52x & +96 & x+8 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2-8x+12 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -8x^2 & -52x & & \\ & -(-8x^2 & -64x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +12x & +96 & \\ & & -(+12x & +96) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 52x + 96 = \left(x^2 - 8x + 12\right) \times (x+8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 8x + 12$
Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-8)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{8-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{8-4}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}\qquad\qquad \begin{aligned}\frac{-(-8)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{8+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{8+4}{2}\\ &= \frac{12}{2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 6$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-2)\,(x-6)$$

On en conclue donc que $E = (x+8)\,(x-2)\,(x-6)$

►2. Soit $F = -8x^3 - 30x^2 - 33x - 10)$

a) Comme $F(-2)=0$, on peut diviser F par $x+2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-8x^3 & -30x^2 & -33x & -10 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(-8x^3 & -16x^2) & & & -8x^2-14x-5 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -14x^2 & -33x & & \\
 & -(-14x^2 & -28x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -5x & -10 & \\
 & & -(-5x & -10) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-8x^3-30x^2-33x-10=\left(-8x^2-14x-5\right)\times(x+2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2=-8x^2-14x-5$
Je calcule $\Delta=(-14)^2-4\times(-8)\times(-5)=36$ et $\sqrt{36}=6$.
Comme $\Delta>0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-14)+\sqrt{36}}{2\times(-8)}&=\frac{14+\sqrt{36}}{-16}\\&=\frac{14+6}{-16}\\&=\frac{20}{-16}\\&=\frac{-5_{\times(-4)}}{4_{\times(-4)}}\\&=\frac{-5}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-14)-\sqrt{36}}{2\times(-8)}&=\frac{14-\sqrt{36}}{-16}\\&=\frac{14-6}{-16}\\&=\frac{8}{-16}\\&=\frac{-1_{\times(-8)}}{2_{\times(-8)}}\\&=\frac{-1}{2}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1=\dfrac{-5}{4}$ et $x_2=\dfrac{-1}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x)=-8\times\left(x-\left(-\frac{5}{4}\right)\right)\left(x-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=-8\times\left(x+\frac{5}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F=-8\,(x+2)\left(x+\dfrac{5}{4}\right)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►1. Soit $E=x^3+5x^2-22x+16)$

a) Comme $E(-8)=0$, on peut diviser E par $x+8$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +5x^2 & -22x & +16 & x+8 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2-3x+2 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -3x^2 & -22x & & \\
 & -(-3x^2 & -24x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +2x & +16 & \\
 & & -(+2x & +16) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3+5x^2-22x+16=\left(x^2-3x+2\right)\times(x+8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2=x^2-3x+2$
Je calcule $\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=1$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{3-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{3-1}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{3+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{3+1}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x+8) \times x^2 - 3x + 2$

►**2.** Soit $F = 6x^3 + 25x^2 - 25x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(6x^2 + 25x - 25\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 6x^2 + 25x - 25$
Je calcule $\Delta = 25^2 - 4 \times 6 \times (-25) = 1\,225$ et $\sqrt{1\,225} = 35$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-25-\sqrt{1\,225}}{2\times 6} &= \frac{-25-\sqrt{1\,225}}{12}\\ &= \frac{-25-35}{12}\\ &= \frac{-60}{12}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-25+\sqrt{1\,225}}{2\times 6} &= \frac{-25+\sqrt{1\,225}}{12}\\ &= \frac{-25+35}{12}\\ &= \frac{10}{12}\\ &= \frac{5_{\times 2}}{6_{\times 2}}\\ &= \frac{5}{6}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -5$ et $x_2 = \frac{5}{6}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 6 \times (x - (-5))\left(x - \frac{5}{6}\right) = 6 \times (x+5)\left(x - \frac{5}{6}\right)$$

On en conclue donc que $F = 6x\,(x+5)\left(x - \frac{5}{6}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Soit $E = x^3 + 3x^2 - 76x - 288)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x+8$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +3x^2 & -76x & -288 & x+8 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2-5x-36 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -5x^2 & -76x & & \\ & -(-5x^2 & -40x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -36x & -288 & \\ & & -(-36x & -288) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 3x^2 - 76x - 288 = \left(x^2 - 5x - 36\right) \times (x+8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 5x - 36$
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (-36) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)-\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{5-\sqrt{169}}{2}\\ &= \frac{5-13}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)+\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{5+\sqrt{169}}{2}\\ &= \frac{5+13}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 9$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \frac{5-\sqrt{119}}{2}\right)\left(x - \frac{5+\sqrt{119}}{2}\right)$$

On en conclue donc que $E = (x+8)\left(x - \frac{5-\sqrt{119}}{2}\right)\left(x - \frac{5+\sqrt{119}}{2}\right)$

►**2.** Soit $F = -7x^3 + 12x^2 + 13x - 18)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-7x^3 & +12x^2 & +13x & -18 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(-7x^3 & +7x^2) & & & -7x^2+5x+18 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +5x^2 & +13x & & \\
 & -(+5x^2 & -5x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +18x & -18 & \\
 & & -(+18x & -18) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-7x^3 + 12x^2 + 13x - 18 = \left(-7x^2 + 5x + 18\right) \times (x-1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -7x^2 + 5x + 18$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-7) \times 18 = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{529}}{2\times(-7)} &= \frac{-5+\sqrt{529}}{-14}\\ &= \frac{-5+23}{-14}\\ &= \frac{18}{-14}\\ &= \frac{-9_{\times(-2)}}{7_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-9}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{529}}{2\times(-7)} &= \frac{-5-\sqrt{529}}{-14}\\ &= \frac{-5-23}{-14}\\ &= \frac{-28}{-14}\\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-9}{7}$ et $x_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -7 \times \left(x - \left(-\frac{9}{7}\right)\right)(x-2) = -7 \times \left(x + \frac{9}{7}\right)(x-2)$$

On en conclue donc que $F = -7\,(x-1)\left(x + \frac{9}{7}\right)(x-2)$

Corrigé de l'exercice 6

▶**1.** Soit $E = x^3 - 14x^2 + 59x - 70)$

a) Comme $E(2) = 0$, on peut diviser E par $x - 2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -14x^2 & +59x & -70 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & -2x^2) & & & x^2-12x+35 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -12x^2 & +59x & & \\
 & -(-12x^2 & +24x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +35x & -70 & \\
 & & -(+35x & -70) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 - 14x^2 + 59x - 70 = \left(x^2 - 12x + 35\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 12x + 35$
Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-12) - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{12 - \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{12 - 2}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-12) + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{12 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{12 + 2}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 5$ et $x_2 = 7$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x - 2) \times x^2 - 12x + 35$

▶**2.** Soit $F = 77x^3 - 125x^2 + 50x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(77x^2 - 125x + 50\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 77x^2 - 125x + 50$
Je calcule $\Delta = (-125)^2 - 4 \times 77 \times 50 = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-125) - \sqrt{225}}{2 \times 77} &= \frac{125 - \sqrt{225}}{154} \\ &= \frac{125 - 15}{154} \\ &= \frac{110}{154} \\ &= \frac{5_{\times 22}}{7_{\times 22}} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-125) + \sqrt{225}}{2 \times 77} &= \frac{125 + \sqrt{225}}{154} \\ &= \frac{125 + 15}{154} \\ &= \frac{140}{154} \\ &= \frac{10_{\times 14}}{11_{\times 14}} \\ &= \frac{10}{11} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{5}{7}$ et $x_2 = \frac{10}{11}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 77 \times \left(x - \frac{5}{7}\right)\left(x - \frac{10}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F = 77x\left(x - \frac{5}{7}\right)\left(x - \frac{10}{11}\right)$