Corrigé de l'exercice 1

►1. Factoriser $Q(z) = 32z^2 - 64z + 32$

$$32z^2 - 64z + 32 = 32 \times \left[z^2 - 2z + 1\right] = 32 \times \left[z^2 + 2 \times z \times 1 + 1^2\right] = 32(z+1)^2$$

►2. Factoriser $P(t) = t^2 + t - 20$
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-20) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-1-9}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-1+9}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -5$ et $t_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$P(t) = (t - (-5))\,(t-4) = (t+5)\,(t-4)$$

►3. Factoriser $P(z) = 42z^2 - 59z + 20$
Je calcule $\Delta = (-59)^2 - 4 \times 42 \times 20 = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-59)-\sqrt{121}}{2\times 42} &= \frac{59-\sqrt{121}}{84}\\ &= \frac{59-11}{84}\\ &= \frac{48}{84}\\ &= \frac{4_{\times 12}}{7_{\times 12}}\\ &= \frac{4}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-59)+\sqrt{121}}{2\times 42} &= \frac{59+\sqrt{121}}{84}\\ &= \frac{59+11}{84}\\ &= \frac{70}{84}\\ &= \frac{5_{\times 14}}{6_{\times 14}}\\ &= \frac{5}{6}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{4}{7}$ et $x_2 = \frac{5}{6}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = 42 \times \left(x - \frac{4}{7}\right)\left(x - \frac{5}{6}\right)$$

►4. Factoriser $P(t) = t^2 + 8t + 6$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 6 = 40$ et $\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{40}}{2\times 1} &= \frac{-8-\sqrt{40}}{2}\\ &= \frac{-8-2\sqrt{10}}{2}\\ &= \frac{-4_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{10}}{1_{\times 2}}\\ &= -4-\sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{40}}{2\times 1} &= \frac{-8+\sqrt{40}}{2}\\ &= \frac{-8+2\sqrt{10}}{2}\\ &= \frac{-4_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{10}}{1_{\times 2}}\\ &= -4+\sqrt{10}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -4 - \sqrt{10}$ et $t_2 = -4 + \sqrt{10}$.
On peut donc écrire

$$P(t) = \left(t - \left(-4 - \sqrt{10}\right)\right)\left(t - \left(-4 + \sqrt{10}\right)\right)$$

Corrigé de l'exercice 2

▶**1.** Factoriser $R(y) = 360y^2 + 120y + 10$

$$360y^2 + 120y + 10 = 10 \times \left[36y^2 + 12y + 1\right] = 10 \times \left[(6y)^2 + 2 \times 6y \times 1 + 1^2\right] = 10(6y+1)^2$$

▶**2.** Factoriser $P(t) = t^2 - 3t - 54$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-54) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) - \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{225}}{2} \\ &= \frac{3-15}{2} \\ &= \frac{-12}{2} \\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) + \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{225}}{2} \\ &= \frac{3+15}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -6$ et $t_2 = 9$.

On peut donc écrire

$$P(t) = (t - (-6))\,(t-9) = (t+6)\,(t-9)$$

▶**3.** Factoriser $Q(t) = 9t^2 - 14t - 8$

Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 9 \times (-8) = 484$ et $\sqrt{484} = 22$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-14) - \sqrt{484}}{2 \times 9} &= \frac{14 - \sqrt{484}}{18} \\ &= \frac{14-22}{18} \\ &= \frac{-8}{18} \\ &= \frac{-4_{\times 2}}{9_{\times 2}} \\ &= \frac{-4}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-14) + \sqrt{484}}{2 \times 9} &= \frac{14 + \sqrt{484}}{18} \\ &= \frac{14+22}{18} \\ &= \frac{36}{18} \\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \dfrac{-4}{9}$ et $x_2 = 2$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = 9 \times \left(x - \left(-\frac{4}{9}\right)\right)(x-2) = 9 \times \left(x + \frac{4}{9}\right)(x-2)$$

▶**4.** Factoriser $R(t) = -t^2 + 6t + 2$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 44$ et $\sqrt{44} = 2\sqrt{11}$.

Comme $\Delta > 0$, $R(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6 + \sqrt{44}}{2 \times (-1)} &= \frac{-6 + \sqrt{44}}{-2} \\ &= \frac{-6 + 2\sqrt{11}}{-2} \\ &= \frac{3_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{11}}{1_{\times(-2)}} \\ &= 3 - \sqrt{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6 - \sqrt{44}}{2 \times (-1)} &= \frac{-6 - \sqrt{44}}{-2} \\ &= \frac{-6 - 2\sqrt{11}}{-2} \\ &= \frac{3_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{11}}{1_{\times(-2)}} \\ &= 3 + \sqrt{11}\end{aligned}$$

Les racines de R sont $t_1 = 3 - \sqrt{11}$ et $t_2 = 3 + \sqrt{11}$.

On peut donc écrire

$$R(t) = -1 \times \left(t - \left(3 - \sqrt{11}\right)\right)\left(t - \left(3 + \sqrt{11}\right)\right)$$

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Factoriser $Q(y) = 243y^2 + 432y + 192$

$$243y^2 + 432y + 192 = 3 \times \left[81y^2 + 144y + 64\right] = 3 \times \left[(9y)^2 + 2 \times 9y \times 8 + 8^2\right] = 3(9y + 8)^2$$

►**2.** Factoriser $Q(y) = y^2 + 6y + 9$
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $Q(y)$ a une seule racine $y_0 = \dfrac{-6}{2 \times 1} = -3$.
On peut donc écrire

$$Q(y) = (y - (-3))^2 = (y + 3)^2$$

►**3.** Factoriser $R(y) = 4y^2 + 17y + 18$
Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times 4 \times 18 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-17 - \sqrt{1}}{2 \times 4} &= \frac{-17 - \sqrt{1}}{8} \\ &= \frac{-17 - 1}{8} \\ &= \frac{-18}{8} \\ &= \frac{-9_{\times 2}}{4_{\times 2}} \\ &= \frac{-9}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-17 + \sqrt{1}}{2 \times 4} &= \frac{-17 + \sqrt{1}}{8} \\ &= \frac{-17 + 1}{8} \\ &= \frac{-16}{8} \\ &= -2\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = \dfrac{-9}{4}$ et $x_2 = -2$.
On peut donc écrire

$$R(x) = 4 \times \left(x - \left(-\frac{9}{4}\right)\right)(x - (-2)) = 4 \times \left(x + \frac{9}{4}\right)(x + 2)$$

►**4.** Factoriser $S(y) = y^2 + 6y - 9$
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 72$ et $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $S(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6 - \sqrt{72}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{72}}{2} \\ &= \frac{-6 - 6\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{-3_{\times 2} - 3_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} \\ &= -3 - 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6 + \sqrt{72}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{72}}{2} \\ &= \frac{-6 + 6\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{-3_{\times 2} + 3_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} \\ &= -3 + 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

Les racines de S sont $y_1 = -3 - 3\sqrt{2}$ et $y_2 = -3 + 3\sqrt{2}$.
On peut donc écrire

$$S(y) = \left(y - \left(-3 - 3\sqrt{2}\right)\right)\left(y - \left(-3 + 3\sqrt{2}\right)\right)$$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Factoriser $R(x) = 64x^2 + 96x + 36$

$$64x^2 + 96x + 36 = 4 \times \left[16x^2 + 24x + 9\right] = 4 \times \left[(4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2\right] = 4(4x - 3)^2$$

►2. Factoriser $P(z) = z^2 + 6z + 5$
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-6-4}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-6+4}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -5$ et $z_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$P(z) = (z-(-5))\,(z-(-1)) = (z+5)\,(z+1)$$

►3. Factoriser $P(z) = 72z^2 - 73z - 9$
Je calcule $\Delta = (-73)^2 - 4 \times 72 \times (-9) = 7\,921$ et $\sqrt{7\,921} = 89$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-73)-\sqrt{7\,921}}{2\times 72} &= \frac{73-\sqrt{7\,921}}{144}\\ &= \frac{73-89}{144}\\ &= \frac{-16}{144}\\ &= \frac{-1_{\times 16}}{9_{\times 16}}\\ &= \frac{-1}{9}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-73)+\sqrt{7\,921}}{2\times 72} &= \frac{73+\sqrt{7\,921}}{144}\\ &= \frac{73+89}{144}\\ &= \frac{162}{144}\\ &= \frac{9_{\times 18}}{8_{\times 18}}\\ &= \frac{9}{8}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{9}$ et $x_2 = \frac{9}{8}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = 72 \times \left(x - \left(-\frac{1}{9}\right)\right)\left(x - \frac{9}{8}\right) = 72 \times \left(x + \frac{1}{9}\right)\left(x - \frac{9}{8}\right)$$

►4. Factoriser $Q(x) = x^2 + 2x - 8$
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-2-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-2-6}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-2+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-2+6}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = (x-(-4))\,(x-2) = (x+4)\,(x-2)$$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Factoriser $S(t) = 96t^2 + 480t + 600$

$$96t^2 + 480t + 600 = 24 \times \left[4t^2 + 20t + 25\right] = 24 \times \left[(2t)^2 - 2 \times 2t \times 5 + 5^2\right] = 24(2t-5)^2$$

►**2.** Factoriser $S(y) = y^2 + y - 20$
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-20) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $S(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-1-9}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-1+9}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de S sont $y_1 = -5$ et $y_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$S(y) = (y-(-5))\,(y-4) = (y+5)\,(y-4)$$

►**3.** Factoriser $Q(z) = -6z^2 - z + 12$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-6) \times 12 = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{289}}{2\times(-6)} &= \frac{1+\sqrt{289}}{-12}\\ &= \frac{1+17}{-12}\\ &= \frac{18}{-12}\\ &= \frac{-3_{\times(-6)}}{2_{\times(-6)}}\\ &= \frac{-3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{289}}{2\times(-6)} &= \frac{1-\sqrt{289}}{-12}\\ &= \frac{1-17}{-12}\\ &= \frac{-16}{-12}\\ &= \frac{4_{\times(-4)}}{3_{\times(-4)}}\\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \dfrac{-3}{2}$ et $x_2 = \dfrac{4}{3}$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = -6 \times \left(x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right)\left(x - \frac{4}{3}\right) = -6 \times \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right)$$

►**4.** Factoriser $Q(t) = t^2 + 3t$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-3-3}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-3+3}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $t_1 = -3$ et $t_2 = 0$.
On peut donc écrire

$$Q(t) = (t-(-3))\,(t-0) = (t+3)\,(t)$$

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Factoriser $Q(t) = 96t^2 + 288t + 216$

$$96t^2 + 288t + 216 = 24 \times \left[4t^2 + 12t + 9\right] = 24 \times \left[(2t)^2 - 2 \times 2t \times 3 + 3^2\right] = 24(2t-3)^2$$

►**2.** Factoriser $P(z) = z^2 + 6z + 5$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-6-4}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-6+4}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -5$ et $z_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$P(z) = (z - (-5))\,(z - (-1)) = (z+5)\,(z+1)$$

►**3.** Factoriser $P(t) = -3t^2 + 16t + 12$

Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times (-3) \times 12 = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-16+\sqrt{400}}{2\times(-3)} &= \frac{-16+\sqrt{400}}{-6}\\ &= \frac{-16+20}{-6}\\ &= \frac{4}{-6}\\ &= \frac{-2_{\times(-2)}}{3_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-2}{3}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-16-\sqrt{400}}{2\times(-3)} &= \frac{-16-\sqrt{400}}{-6}\\ &= \frac{-16-20}{-6}\\ &= \frac{-36}{-6}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-2}{3}$ et $x_2 = 6$.

On peut donc écrire

$$P(x) = -3 \times \left(x - \left(-\frac{2}{3}\right)\right)(x-6) = -3 \times \left(x + \frac{2}{3}\right)(x-6)$$

►**4.** Factoriser $P(x) = x^2 + 4x - 8$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 48$ et $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{48}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{48}}{2}\\ &= \frac{-4-4\sqrt{3}}{2}\\ &= \frac{-2_{\times 2} - 2_{\times 2}\sqrt{3}}{1_{\times 2}}\\ &= -2-2\sqrt{3}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{48}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{48}}{2}\\ &= \frac{-4+4\sqrt{3}}{2}\\ &= \frac{-2_{\times 2} + 2_{\times 2}\sqrt{3}}{1_{\times 2}}\\ &= -2+2\sqrt{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2 - 2\sqrt{3}$ et $x_2 = -2 + 2\sqrt{3}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = \left(x - \left(-2-2\sqrt{3}\right)\right)\left(x - \left(-2+2\sqrt{3}\right)\right)$$