Corrigé de l'exercice 1

►1. Factoriser $R(z) = 2z^2 - 8$

$$2z^2 - 8 = 2 \times \left[z^2 - 4\right] = 2 \times \left[z^2 - 2^2\right] = 2(z+2)(z-2)$$

►2. Factoriser $S(t) = t^2 + 10t + 25$
Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $S(t)$ a une seule racine $t_0 = \dfrac{-10}{2 \times 1} = -5$.
On peut donc écrire

$$S(t) = (t - (-5))^2 = (t+5)^2$$

►3. Factoriser $S(t) = -12t^2 + 16t + 3$
Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times (-12) \times 3 = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-16+\sqrt{400}}{2\times(-12)} &= \frac{-16+\sqrt{400}}{-24} \\ &= \frac{-16+20}{-24} \\ &= \frac{4}{-24} \\ &= \frac{-1_{\times(-4)}}{6_{\times(-4)}} \\ &= \frac{-1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-16-\sqrt{400}}{2\times(-12)} &= \frac{-16-\sqrt{400}}{-24} \\ &= \frac{-16-20}{-24} \\ &= \frac{-36}{-24} \\ &= \frac{3_{\times(-12)}}{2_{\times(-12)}} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \dfrac{-1}{6}$ et $x_2 = \dfrac{3}{2}$.
On peut donc écrire

$$S(x) = -12 \times \left(x - \left(-\frac{1}{6}\right)\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) = -12 \times \left(x + \frac{1}{6}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

►4. Factoriser $P(y) = y^2 + 4y - 1$
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 20$ et $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4-\sqrt{20}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{20}}{2} \\ &= \frac{-4-2\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{-2_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{5}}{1_{\times 2}} \\ &= -2-\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-4+\sqrt{20}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{20}}{2} \\ &= \frac{-4+2\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{-2_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{5}}{1_{\times 2}} \\ &= -2+\sqrt{5} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -2 - \sqrt{5}$ et $y_2 = -2 + \sqrt{5}$.
On peut donc écrire

$$P(y) = \left(y - \left(-2-\sqrt{5}\right)\right)\left(y - \left(-2+\sqrt{5}\right)\right)$$

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Factoriser $S(z) = 1\,000z^2 - 640$

$$1\,000z^2 - 640 = 40 \times \left[25z^2 - 16\right] = 40 \times \left[(5z)^2 - 4^2\right] = 40(5z+4)(5z-4)$$

►**2.** Factoriser $Q(x) = x^2 + 2x - 24$
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-24) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{100}}{2\times 1} &= \frac{-2-\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{-2-10}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}\qquad\qquad \begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{100}}{2\times 1} &= \frac{-2+\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{-2+10}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = (x-(-6))\,(x-4) = (x+6)\,(x-4)$$

►**3.** Factoriser $Q(x) = 2x^2 - 11x - 21$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 2 \times (-21) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{289}}{2\times 2} &= \frac{11-\sqrt{289}}{4}\\ &= \frac{11-17}{4}\\ &= \frac{-6}{4}\\ &= \frac{-3_{\times 2}}{2_{\times 2}}\\ &= \frac{-3}{2}\end{aligned}\qquad\qquad \begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{289}}{2\times 2} &= \frac{11+\sqrt{289}}{4}\\ &= \frac{11+17}{4}\\ &= \frac{28}{4}\\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \dfrac{-3}{2}$ et $x_2 = 7$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = 2 \times \left(x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right)(x-7) = 2 \times \left(x + \frac{3}{2}\right)(x-7)$$

►**4.** Factoriser $P(z) = z^2 + 5z + 9$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 9 = -11$.
Comme $\Delta < 0$, $P(z)$ n'a pas de racines. On ne peut pas factoriser $P(z)$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Factoriser $Q(y) = 4y^2 + 20y + 25$

$$4y^2 + 20y + 25 = (2y)^2 + 2 \times 2y \times 5 + 5^2 = (2y+5)^2$$

►**2.** Factoriser $P(y) = y^2 + 4y + 3$
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-4-2}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-4+2}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -3$ et $y_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$P(y) = (y-(-3))\,(y-(-1)) = (y+3)\,(y+1)$$

►**3.** Factoriser $P(y) = -y^2 + 2y - 1$
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4\times(-1)\times(-1) = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ a une seule racine $x_0 = \dfrac{-2}{2\times(-1)} = 1$.
On peut donc écrire

$$P(x) = -1\times(x-1)^2$$

►**4.** Factoriser $Q(t) = t^2 + 5t$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4\times 1\times 0 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-5-5}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-5+5}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $t_1 = -5$ et $t_2 = 0$.
On peut donc écrire

$$Q(t) = (t-(-5))\,(t-0) = (t+5)\,(t)$$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Factoriser $Q(y) = 243y^2 - 324y + 108$

$$243y^2 - 324y + 108 = 27\times\left[9y^2 - 12y + 4\right] = 27\times\left[(3y)^2 - 2\times 3y\times 2 + 2^2\right] = 27(3y-2)^2$$

►**2.** Factoriser $S(x) = x^2 + 5x - 14$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4\times 1\times(-14) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-5-9}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-5+9}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$S(x) = (x-(-7))\,(x-2) = (x+7)\,(x-2)$$

►**3.** Factoriser $P(x) = 3x^2 + 2x - 1$
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{16}}{2\times 3} &= \frac{-2-\sqrt{16}}{6}\\ &= \frac{-2-4}{6}\\ &= \frac{-6}{6}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{16}}{2\times 3} &= \frac{-2+\sqrt{16}}{6}\\ &= \frac{-2+4}{6}\\ &= \frac{2}{6}\\ &= \frac{1_{\times 2}}{3_{\times 2}}\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{1}{3}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = 3 \times (x-(-1))\left(x-\frac{1}{3}\right) = 3 \times (x+1)\left(x-\frac{1}{3}\right)$$

►**4.** Factoriser $Q(y) = -y^2 + 7y + 3$
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 61$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{61}}{2\times(-1)} &= \frac{-7+\sqrt{61}}{-2}\\ &= \frac{7_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{61}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{7-\sqrt{61}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{61}}{2\times(-1)} &= \frac{-7-\sqrt{61}}{-2}\\ &= \frac{7_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{61}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{7+\sqrt{61}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $y_1 = \frac{7-\sqrt{61}}{2}$ et $y_2 = \frac{7+\sqrt{61}}{2}$.
On peut donc écrire

$$Q(y) = -1 \times \left(y - \frac{7-\sqrt{61}}{2}\right)\left(y - \frac{7+\sqrt{61}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Factoriser $S(y) = 81y^2 - 540y + 900$

$$81y^2 - 540y + 900 = 9 \times \left[9y^2 - 60y + 100\right] = 9 \times \left[(3y)^2 - 2 \times 3y \times 10 + 10^2\right] = 9(3y-10)^2$$

►**2.** Factoriser $Q(z) = z^2 + 15z + 56$
Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 1 \times 56 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-15-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-15-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-15-1}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-15+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-15+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-15+1}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $z_1 = -8$ et $z_2 = -7$.
On peut donc écrire

$$Q(z) = (z - (-8))\,(z - (-7)) = (z + 8)\,(z + 7)$$

▶**3.** Factoriser $P(y) = 14y^2 - y - 30$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 14 \times (-30) = 1\,681$ et $\sqrt{1\,681} = 41$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{1\,681}}{2\times 14} &= \frac{1-\sqrt{1\,681}}{28}\\ &= \frac{1-41}{28}\\ &= \frac{-40}{28}\\ &= \frac{-10_{\times 4}}{7_{\times 4}}\\ &= \frac{-10}{7}\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{1\,681}}{2\times 14} &= \frac{1+\sqrt{1\,681}}{28}\\ &= \frac{1+41}{28}\\ &= \frac{42}{28}\\ &= \frac{3_{\times 14}}{2_{\times 14}}\\ &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-10}{7}$ et $x_2 = \dfrac{3}{2}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = 14 \times \left(x - \left(-\frac{10}{7}\right)\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) = 14 \times \left(x + \frac{10}{7}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

▶**4.** Factoriser $P(y) = -y^2 + 3y + 9$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 9 = 45$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{45}}{2\times(-1)} &= \frac{-3+\sqrt{45}}{-2}\\ &= \frac{-3+3\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)}-3_{\times(-1)}\sqrt{5}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3-3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{45}}{2\times(-1)} &= \frac{-3-\sqrt{45}}{-2}\\ &= \frac{-3-3\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)}+3_{\times(-1)}\sqrt{5}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3+3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \dfrac{3-3\sqrt{5}}{2}$ et $y_2 = \dfrac{3+3\sqrt{5}}{2}$.
On peut donc écrire

$$P(y) = -1 \times \left(y - \frac{3-3\sqrt{5}}{2}\right)\left(y - \frac{3+3\sqrt{5}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 6

▶**1.** Factoriser $P(z) = 7z^2 - 98z + 343$

$$7z^2 - 98z + 343 = 7 \times \left[z^2 - 14z + 49\right] = 7 \times \left[z^2 + 2 \times z \times 7 + 7^2\right] = 7(z+7)^2$$

▶**2.** Factoriser $R(z) = z^2 - 10z + 25$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $R(z)$ a une seule racine $z_0 = \dfrac{-(-10)}{2 \times 1} = 5$.
On peut donc écrire

$$R(z) = (z - 5)^2$$

►**3.** Factoriser $Q(z) = -9z^2 + 34z + 8$
Je calcule $\Delta = 34^2 - 4 \times (-9) \times 8 = 1\,444$ et $\sqrt{1\,444} = 38$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-34+\sqrt{1\,444}}{2\times(-9)} &= \frac{-34+\sqrt{1\,444}}{-18}\\ &= \frac{-34+38}{-18}\\ &= \frac{4}{-18}\\ &= \frac{-2_{\times(-2)}}{9_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-2}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-34-\sqrt{1\,444}}{2\times(-9)} &= \frac{-34-\sqrt{1\,444}}{-18}\\ &= \frac{-34-38}{-18}\\ &= \frac{-72}{-18}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \dfrac{-2}{9}$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = -9 \times \left(x - \left(-\frac{2}{9}\right)\right)(x-4) = -9 \times \left(x + \frac{2}{9}\right)(x-4)$$

►**4.** Factoriser $Q(x) = -x^2 + 3x + 7$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 7 = 37$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{37}}{2\times(-1)} &= \frac{-3+\sqrt{37}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{37}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3-\sqrt{37}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{37}}{2\times(-1)} &= \frac{-3-\sqrt{37}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{37}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3+\sqrt{37}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \dfrac{3-\sqrt{37}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{3+\sqrt{37}}{2}$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = -1 \times \left(x - \frac{3-\sqrt{37}}{2}\right)\left(x - \frac{3+\sqrt{37}}{2}\right)$$