Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Factoriser $Q(x) = 6x^2 - 60x + 150$

$$6x^2 - 60x + 150 = 6 \times \left[x^2 - 10x + 25\right] = 6 \times \left[x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2\right] = 6(x-5)^2$$

►**2.** Factoriser $R(y) = y^2 - 3y - 4$
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $R(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{3-5}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-3) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{3+5}{2} \\ &= \frac{8}{2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de R sont $y_1 = -1$ et $y_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$R(y) = (y - (-1))\,(y - 4) = (y+1)\,(y-4)$$

►**3.** Factoriser $S(y) = -12y^2 - y + 1$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-12) \times 1 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \times (-12)} &= \frac{1 + \sqrt{49}}{-24} \\ &= \frac{1+7}{-24} \\ &= \frac{8}{-24} \\ &= \frac{-1_{\times(-8)}}{3_{\times(-8)}} \\ &= \frac{-1}{3} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \times (-12)} &= \frac{1 - \sqrt{49}}{-24} \\ &= \frac{1-7}{-24} \\ &= \frac{-6}{-24} \\ &= \frac{1_{\times(-6)}}{4_{\times(-6)}} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \dfrac{-1}{3}$ et $x_2 = \dfrac{1}{4}$.
On peut donc écrire

$$S(x) = -12 \times \left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = -12 \times \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

►**4.** Factoriser $S(x) = x^2 + 5x - 5$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 45$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-5 - \sqrt{45}}{2 \times 1} &= \frac{-5 - \sqrt{45}}{2} \\ &= \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-5 + \sqrt{45}}{2 \times 1} &= \frac{-5 + \sqrt{45}}{2} \\ &= \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \dfrac{-5 - 3\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-5 + 3\sqrt{5}}{2}$.
On peut donc écrire

$$S(x) = \left(x - \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 2

▶**1.** Factoriser $R(x) = 567x^2 - 112$

$$567x^2 - 112 = 7 \times \left[81x^2 - 16\right] = 7 \times \left[(9x)^2 - 4^2\right] = 7(9x+4)(9x-4)$$

▶**2.** Factoriser $S(x) = x^2 - x - 6$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{1-5}{2} \\ &= \frac{-4}{2} \\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{1+5}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$S(x) = (x - (-2))\,(x-3) = (x+2)\,(x-3)$$

▶**3.** Factoriser $P(z) = -35z^2 - 13z + 12$
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times (-35) \times 12 = 1\,849$ et $\sqrt{1\,849} = 43$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) + \sqrt{1\,849}}{2 \times (-35)} &= \frac{13 + \sqrt{1\,849}}{-70} \\ &= \frac{13+43}{-70} \\ &= \frac{56}{-70} \\ &= \frac{-4_{\times(-14)}}{5_{\times(-14)}} \\ &= \frac{-4}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) - \sqrt{1\,849}}{2 \times (-35)} &= \frac{13 - \sqrt{1\,849}}{-70} \\ &= \frac{13-43}{-70} \\ &= \frac{-30}{-70} \\ &= \frac{3_{\times(-10)}}{7_{\times(-10)}} \\ &= \frac{3}{7}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-4}{5}$ et $x_2 = \frac{3}{7}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = -35 \times \left(x - \left(-\frac{4}{5}\right)\right)\left(x - \frac{3}{7}\right) = -35 \times \left(x + \frac{4}{5}\right)\left(x - \frac{3}{7}\right)$$

▶**4.** Factoriser $S(z) = -z^2 + 3z - 6$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = -15$.
Comme $\Delta < 0$, $S(z)$ n'a pas de racines. On ne peut pas factoriser $S(z)$.

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Factoriser $Q(x) = 80x^2 - 5$

$$80x^2 - 5 = 5 \times \left[16x^2 - 1\right] = 5 \times \left[(4x)^2 - 1^2\right] = 5(4x+1)(4x-1)$$

▶**2.** Factoriser $S(t) = t^2 - 17t + 72$
Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times 1 \times 72 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $S(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-17)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{17-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{17-1}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-17)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{17+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{17+1}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de S sont $t_1 = 8$ et $t_2 = 9$.
On peut donc écrire

$$S(t) = (t-8)(t-9)$$

▶**3.** Factoriser $R(t) = -11t^2 - 68t + 63$
Je calcule $\Delta = (-68)^2 - 4 \times (-11) \times 63 = 7\,396$ et $\sqrt{7\,396} = 86$.
Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-68)+\sqrt{7\,396}}{2\times(-11)} &= \frac{68+\sqrt{7\,396}}{-22}\\ &= \frac{68+86}{-22}\\ &= \frac{154}{-22}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-68)-\sqrt{7\,396}}{2\times(-11)} &= \frac{68-\sqrt{7\,396}}{-22}\\ &= \frac{68-86}{-22}\\ &= \frac{-18}{-22}\\ &= \frac{9_{\times(-2)}}{11_{\times(-2)}}\\ &= \frac{9}{11}\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -7$ et $x_2 = \frac{9}{11}$.
On peut donc écrire

$$R(x) = -11 \times (x-(-7))\left(x - \frac{9}{11}\right) = -11 \times (x+7)\left(x - \frac{9}{11}\right)$$

▶**4.** Factoriser $P(y) = -y^2 + 9y + 2$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 89$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{89}}{2\times(-1)} &= \frac{-9+\sqrt{89}}{-2}\\ &= \frac{9_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{89}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{9-\sqrt{89}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{89}}{2\times(-1)} &= \frac{-9-\sqrt{89}}{-2}\\ &= \frac{9_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{89}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{9+\sqrt{89}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{9-\sqrt{89}}{2}$ et $y_2 = \frac{9+\sqrt{89}}{2}$.
On peut donc écrire

$$P(y) = -1 \times \left(y - \frac{9-\sqrt{89}}{2}\right)\left(y - \frac{9+\sqrt{89}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Factoriser $R(x) = 36x^2 - 48x + 16$

$$36x^2 - 48x + 16 = 4 \times \left[9x^2 - 12x + 4\right] = 4 \times \left[(3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2\right] = 4(3x-2)^2$$

►**2.** Factoriser $P(x) = x^2 - 3x + 2$
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{3-\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{3-1}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{3+\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{3+1}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$P(x) = (x-1)(x-2)$$

►**3.** Factoriser $Q(y) = 20y^2 - 53y + 35$
Je calcule $\Delta = (-53)^2 - 4 \times 20 \times 35 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-53)-\sqrt{9}}{2\times 20} &= \frac{53-\sqrt{9}}{40} \\ &= \frac{53-3}{40} \\ &= \frac{50}{40} \\ &= \frac{5_{\times 10}}{4_{\times 10}} \\ &= \frac{5}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-53)+\sqrt{9}}{2\times 20} &= \frac{53+\sqrt{9}}{40} \\ &= \frac{53+3}{40} \\ &= \frac{56}{40} \\ &= \frac{7_{\times 8}}{5_{\times 8}} \\ &= \frac{7}{5}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \frac{5}{4}$ et $x_2 = \frac{7}{5}$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = 20 \times \left(x - \frac{5}{4}\right)\left(x - \frac{7}{5}\right)$$

►**4.** Factoriser $S(z) = -z^2 + 6z - 7$
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-7) = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $S(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{8}}{2\times(-1)} &= \frac{-6+\sqrt{8}}{-2} \\ &= \frac{-6+2\sqrt{2}}{-2} \\ &= \frac{3_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}} \\ &= 3-\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{8}}{2\times(-1)} &= \frac{-6-\sqrt{8}}{-2} \\ &= \frac{-6-2\sqrt{2}}{-2} \\ &= \frac{3_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}} \\ &= 3+\sqrt{2}\end{aligned}$$

Les racines de S sont $z_1 = 3-\sqrt{2}$ et $z_2 = 3+\sqrt{2}$.
On peut donc écrire

$$S(z) = -1 \times \left(z - \left(3-\sqrt{2}\right)\right)\left(z - \left(3+\sqrt{2}\right)\right)$$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Factoriser $Q(x) = 162x^2 - 2$

$$162x^2 - 2 = 2 \times \left[81x^2 - 1\right] = 2 \times \left[(9x)^2 - 1^2\right] = 2(9x+1)(9x-1)$$

►**2.** Factoriser $R(t) = t^2 + 8t + 7$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 7 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $R(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-8-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-8-6}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-8+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-8+6}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de R sont $t_1 = -7$ et $t_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$R(t) = (t-(-7))\,(t-(-1)) = (t+7)\,(t+1)$$

►**3.** Factoriser $Q(t) = 33t^2 + 4t - 5$
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 33 \times (-5) = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{676}}{2\times 33} &= \frac{-4-\sqrt{676}}{66}\\ &= \frac{-4-26}{66}\\ &= \frac{-30}{66}\\ &= \frac{-5_{\times 6}}{11_{\times 6}}\\ &= \frac{-5}{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{676}}{2\times 33} &= \frac{-4+\sqrt{676}}{66}\\ &= \frac{-4+26}{66}\\ &= \frac{22}{66}\\ &= \frac{1_{\times 22}}{3_{\times 22}}\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \dfrac{-5}{11}$ et $x_2 = \dfrac{1}{3}$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = 33 \times \left(x - \left(-\frac{5}{11}\right)\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 33 \times \left(x + \frac{5}{11}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

►**4.** Factoriser $Q(t) = -t^2 + 6t - 10$
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = -4$.
Comme $\Delta < 0$, $Q(t)$ n'a pas de racines. On ne peut pas factoriser $Q(t)$.

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Factoriser $R(x) = 81x^2 - 81$

$$81x^2 - 81 = 81 \times \left[x^2 - 1\right] = 81 \times \left[x^2 - 1^2\right] = 81(x+1)(x-1)$$

►**2.** Factoriser $S(z) = z^2 - z - 2$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $S(z)$ a deux racines :

$$\frac{-(-1)-\sqrt{9}}{2\times 1} = \frac{1-\sqrt{9}}{2} = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\frac{-(-1)+\sqrt{9}}{2\times 1} = \frac{1+\sqrt{9}}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Les racines de S sont $z_1 = -1$ et $z_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$S(z) = (z-(-1))(z-2) = (z+1)(z-2)$$

►3. Factoriser $S(t) = 2t^2 - t - 15$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4\times 2\times(-15) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-1)-\sqrt{121}}{2\times 2} = \frac{1-\sqrt{121}}{4} = \frac{1-11}{4} = \frac{-10}{4} = \frac{-5_{\times 2}}{2_{\times 2}} = \frac{-5}{2}$$

$$\frac{-(-1)+\sqrt{121}}{2\times 2} = \frac{1+\sqrt{121}}{4} = \frac{1+11}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{-5}{2}$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$S(x) = 2\times\left(x-\left(-\frac{5}{2}\right)\right)(x-3) = 2\times\left(x+\frac{5}{2}\right)(x-3)$$

►4. Factoriser $P(z) = -z^2 + 9z - 4$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4\times(-1)\times(-4) = 65$.
Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\frac{-9+\sqrt{65}}{2\times(-1)} = \frac{-9+\sqrt{65}}{-2} = \frac{9_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{65}}{2_{\times(-1)}} = \frac{9-\sqrt{65}}{2}$$

$$\frac{-9-\sqrt{65}}{2\times(-1)} = \frac{-9-\sqrt{65}}{-2} = \frac{9_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{65}}{2_{\times(-1)}} = \frac{9+\sqrt{65}}{2}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{9-\sqrt{65}}{2}$ et $z_2 = \frac{9+\sqrt{65}}{2}$.
On peut donc écrire

$$P(z) = -1\times\left(z-\frac{9-\sqrt{65}}{2}\right)\left(z-\frac{9+\sqrt{65}}{2}\right)$$