Corrigé de l'exercice 1

▶1. Soit $E = x^3 - 8x^2 - 21x + 108)$

a) Comme $E(-4) = 0$, on peut diviser E par $x + 4$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -8x^2 & -21x & +108 & x+4 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +4x^2) & & & x^2-12x+27 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -12x^2 & -21x & & \\
 & -(-12x^2 & -48x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +27x & +108 & \\
 & & -(+27x & +108) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 8x^2 - 21x + 108 = \left(x^2 - 12x + 27\right) \times (x + 4)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 12x + 27$
Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 27 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-12) - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{12 - \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{12 - 6}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned}\frac{-(-12) + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{12 + \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{12 + 6}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 9$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 3)(x - 9)$$

On en conclue donc que $E = (x + 4)(x - 3)(x - 9)$

▶2. Soit $F = -4x^3 + 8x^2 + 25x - 14)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-4x^3 & +8x^2 & +25x & -14 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(-4x^3 & -8x^2) & & & -4x^2+16x-7 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +16x^2 & +25x & & \\
 & -(+16x^2 & +32x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -7x & -14 & \\
 & & -(-7x & -14) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-4x^3 + 8x^2 + 25x - 14 = \left(-4x^2 + 16x - 7\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -4x^2 + 16x - 7$
Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times (-4) \times (-7) = 144$ et $\sqrt{144} = 12$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-16+\sqrt{144}}{2\times(-4)} &= \frac{-16+\sqrt{144}}{-8}\\ &= \frac{-16+12}{-8}\\ &= \frac{-4}{-8}\\ &= \frac{1_{\times(-4)}}{2_{\times(-4)}}\\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-16-\sqrt{144}}{2\times(-4)} &= \frac{-16-\sqrt{144}}{-8}\\ &= \frac{-16-12}{-8}\\ &= \frac{-28}{-8}\\ &= \frac{7_{\times(-4)}}{2_{\times(-4)}}\\ &= \frac{7}{2}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{7}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -4\times\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{7}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = -4\,(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{7}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Soit $E = x^3 - 2x^2 - 11x + 12)$

a) Comme $E(-3) = 0$, on peut diviser E par $x+3$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -2x^2 & -11x & +12 & x+3 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +3x^2) & & & x^2-5x+4 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -5x^2 & -11x & & \\ & -(-5x^2 & -15x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +4x & +12 & \\ & & -(+4x & +12) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = \left(x^2 - 5x + 4\right)\times(x+3)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 5x + 4$
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4\times 1\times 4 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{5-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{5-3}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{5+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{5+3}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-1)(x-4)$$

On en conclue donc que $E = (x+3)(x-1)(x-4)$

►**2.** Soit $F = -132x^3 + 347x^2 - 172x + 12)$

a) Comme $F(2)=0$, on peut diviser F par $x-2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-132x^3 & +347x^2 & -172x & +12 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(-132x^3 & +264x^2) & & & -132x^2+83x-6 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +83x^2 & -172x & & \\
 & -(+83x^2 & -166x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -6x & +12 & \\
 & & -(-6x & +12) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-132x^3+347x^2-172x+12=\left(-132x^2+83x-6\right)\times(x-2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2=-132x^2+83x-6$
Je calcule $\Delta=83^2-4\times(-132)\times(-6)=3\,721$ et $\sqrt{3\,721}=61$.
Comme $\Delta>0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}
\frac{-83+\sqrt{3\,721}}{2\times(-132)} &= \frac{-83+\sqrt{3\,721}}{-264} \\
&= \frac{-83+61}{-264} \\
&= \frac{-22}{-264} \\
&= \frac{1_{\times(-22)}}{12_{\times(-22)}} \\
&= \frac{1}{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{-83-\sqrt{3\,721}}{2\times(-132)} &= \frac{-83-\sqrt{3\,721}}{-264} \\
&= \frac{-83-61}{-264} \\
&= \frac{-144}{-264} \\
&= \frac{6_{\times(-24)}}{11_{\times(-24)}} \\
&= \frac{6}{11}
\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1=\dfrac{1}{12}$ et $x_2=\dfrac{6}{11}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x)=-132\times\left(x-\frac{1}{12}\right)\left(x-\frac{6}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F=-132\,(x-2)\left(x-\dfrac{1}{12}\right)\left(x-\dfrac{6}{11}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Soit $E=x^3-4x^2-51x+54)$

a) Comme $E(-6)=0$, on peut diviser E par $x+6$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -4x^2 & -51x & +54 & x+6 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2-10x+9 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -10x^2 & -51x & & \\
 & -(-10x^2 & -60x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +9x & +54 & \\
 & & -(+9x & +54) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3-4x^2-51x+54=\left(x^2-10x+9\right)\times(x+6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2=x^2-10x+9$
Je calcule $\Delta=(-10)^2-4\times1\times9=64$ et $\sqrt{64}=8$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-10)-\sqrt{64}}{2\times 1} = \frac{10-\sqrt{64}}{2} = \frac{10-8}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{-(-10)+\sqrt{64}}{2\times 1} = \frac{10+\sqrt{64}}{2} = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 9$.
On peut donc écrire
$$E_2(x) = (x-1)(x-9)$$
On en conclue donc que $E = (x+6)(x-1)(x-9)$

▶**2.** Soit $F = -16x^3 + 70x^2 - 97x + 42)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x-2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-16x^3 & +70x^2 & -97x & +42 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(-16x^3 & +32x^2) & & & -16x^2+38x-21 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +38x^2 & -97x & & \\
& -(+38x^2 & -76x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -21x & +42 & \\
& & -(-21x & +42) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a
$$-16x^3 + 70x^2 - 97x + 42 = \left(-16x^2 + 38x - 21\right) \times (x-2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -16x^2 + 38x - 21$
Je calcule $\Delta = 38^2 - 4 \times (-16) \times (-21) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-38+\sqrt{100}}{2\times(-16)} = \frac{-38+\sqrt{100}}{-32} = \frac{-38+10}{-32} = \frac{-28}{-32} = \frac{7_{\times(-4)}}{8_{\times(-4)}} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{-38-\sqrt{100}}{2\times(-16)} = \frac{-38-\sqrt{100}}{-32} = \frac{-38-10}{-32} = \frac{-48}{-32} = \frac{3_{\times(-16)}}{2_{\times(-16)}} = \frac{3}{2}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{7}{8}$ et $x_2 = \frac{3}{2}$.
On peut donc écrire
$$F_2(x) = -16 \times \left(x - \frac{7}{8}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$
On en conclue donc que $F = -16(x-2)\left(x - \frac{7}{8}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Soit $E = x^3 - 20x^2 + 133x - 294)$

a) Comme $E(6) = 0$, on peut diviser E par $x - 6$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -20x^2 & +133x & -294 & x-6 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & -6x^2) & & & x^2-14x+49 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -14x^2 & +133x & & \\ & -(-14x^2 & +84x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +49x & -294 & \\ & & -(+49x & -294) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 20x^2 + 133x - 294 = \left(x^2 - 14x + 49\right) \times (x - 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 14x + 49$
Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 49 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $E_2(x)$ a une seule racine $x_0 = \dfrac{-(-14)}{2 \times 1} = 7$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 7)^2$$

On en conclue donc que $E = (x - 6) \times (x - 7)^2$

►**2.** Soit $F = -16x^3 - 48x^2 - 27x + 10)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l} -16x^3 & -48x^2 & -27x & +10 & x+2 \\ \cline{5-5} -(-16x^3 & -32x^2) & & & -16x^2-16x+5 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -16x^2 & -27x & & \\ & -(-16x^2 & -32x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +5x & +10 & \\ & & -(+5x & +10) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-16x^3 - 48x^2 - 27x + 10 = \left(-16x^2 - 16x + 5\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -16x^2 - 16x + 5$
Je calcule $\Delta = (-16)^2 - 4 \times (-16) \times 5 = 576$ et $\sqrt{576} = 24$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-16) + \sqrt{576}}{2 \times (-16)} &= \frac{16 + \sqrt{576}}{-32} \\ &= \frac{16 + 24}{-32} \\ &= \frac{40}{-32} \\ &= \frac{-5_{\times(-8)}}{4_{\times(-8)}} \\ &= \frac{-5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-16) - \sqrt{576}}{2 \times (-16)} &= \frac{16 - \sqrt{576}}{-32} \\ &= \frac{16 - 24}{-32} \\ &= \frac{-8}{-32} \\ &= \frac{1_{\times(-8)}}{4_{\times(-8)}} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-5}{4}$ et $x_2 = \dfrac{1}{4}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -16 \times \left(x - \left(-\frac{5}{4}\right)\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = -16 \times \left(x + \frac{5}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

On en conclue donc que $F = -16\,(x+2)\left(x + \frac{5}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Soit $E = x^3 + 15x^2 + 63x + 49)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +15x^2 & +63x & +49 & x+7 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2+8x+7 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & +8x^2 & +63x & & \\
 & -(+8x^2 & +56x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +7x & +49 & \\
 & & -(+7x & +49) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 15x^2 + 63x + 49 = \left(x^2 + 8x + 7\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + 8x + 7$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 7 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-8-\sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{-8-6}{2} \\ &= \frac{-14}{2} \\ &= -7\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-8+\sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{-8+6}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -7$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-7))\,(x - (-1)) = (x + 7)\,(x + 1)$$

On en conclue donc que $E = (x + 7)\,(x + 7)\,(x + 1)$

►**2.** Soit $F = 4x^3 + x^2 - 29x - 30)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+4x^3 & +1x^2 & -29x & -30 & x+2 \\
\cline{5-5}
-(+4x^3 & +8x^2) & & & 4x^2-7x-15 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -7x^2 & -29x & & \\
 & -(-7x^2 & -14x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -15x & -30 & \\
 & & -(-15x & -30) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$4x^3 + x^2 - 29x - 30 = \left(4x^2 - 7x - 15\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 4x^2 - 7x - 15$
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 4 \times (-15) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-7) - \sqrt{289}}{2 \times 4} &= \frac{7 - \sqrt{289}}{8} \\ &= \frac{7 - 17}{8} \\ &= \frac{-10}{8} \\ &= \frac{-5_{\times 2}}{4_{\times 2}} \\ &= \frac{-5}{4} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-7) + \sqrt{289}}{2 \times 4} &= \frac{7 + \sqrt{289}}{8} \\ &= \frac{7 + 17}{8} \\ &= \frac{24}{8} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-5}{4}$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 4 \times \left(x - \left(-\frac{5}{4}\right)\right)(x - 3) = 4 \times \left(x + \frac{5}{4}\right)(x - 3)$$

On en conclue donc que $F = 4\,(x + 2)\left(x + \dfrac{5}{4}\right)(x - 3)$

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Soit $E = x^3 - x^2 - 6x)$

a) Comme $E(-2) = 0$, on peut diviser E par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -1x^2 & -6x & +0 & x+2 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +2x^2) & & & x^2 - 3x \\ \cline{1-2} +0x^3 & -3x^2 & -6x & & \\ & -(-3x^2 & -6x) & & \\ \cline{2-3} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - x^2 - 6x = \left(x^2 - 3x\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 3x$
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{3 - 3}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-3) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{3 + 3}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 0)(x - 3)$$

On en conclue donc que $E = (x + 2)(x - 0)(x - 3)$

►**2.** Soit $F = 2x^3 - 13x^2 - 43x - 18)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+2x^3 & -13x^2 & -43x & -18 & x+2 \\
\cline{5-5}
-(+2x^3 & +4x^2) & & & 2x^2 - 17x - 9 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -17x^2 & -43x & & \\
 & -(-17x^2 & -34x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -9x & -18 & \\
 & & -(-9x & -18) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$2x^3 - 13x^2 - 43x - 18 = \left(2x^2 - 17x - 9\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 2x^2 - 17x - 9$
Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times 2 \times (-9) = 361$ et $\sqrt{361} = 19$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-(-17) - \sqrt{361}}{2 \times 2} &= \frac{17 - \sqrt{361}}{4} \\
&= \frac{17 - 19}{4} \\
&= \frac{-2}{4} \\
&= \frac{-1_{\times 2}}{2_{\times 2}} \\
&= \frac{-1}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{-(-17) + \sqrt{361}}{2 \times 2} &= \frac{17 + \sqrt{361}}{4} \\
&= \frac{17 + 19}{4} \\
&= \frac{36}{4} \\
&= 9
\end{aligned}
$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-1}{2}$ et $x_2 = 9$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 2 \times \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)(x - 9) = 2 \times \left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 9)$$

On en conclue donc que $F = 2\,(x + 2)\left(x + \dfrac{1}{2}\right)(x - 9)$