

Corrigé de l'exercice 1

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= x^2 + 18x + 81 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 9 + 9^2 \\ &= (x + 9)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $P(x)$ est

$$\begin{aligned} R(x) &= -3x^2 - 9x \\ &= -3x \times (x + 3) \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont et $Q(x) = -x^2 + 6x - 8$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = -1$, $b = 6$ et $c = -8$:

$$\begin{aligned} \Delta &= 6^2 - 4 \times (-1) \times (-8) \\ \Delta &= 36 - 32 \\ \Delta &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-6 - \sqrt{4}}{2 \times (-1)} \\ x_1 &= \frac{-6 - 2}{-2} \\ x_1 &= \frac{4 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ x_1 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-6 + \sqrt{4}}{2 \times (-1)} \\ x_2 &= \frac{-6 + 2}{-2} \\ x_2 &= \frac{2 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ x_2 &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont et **Corrigé de l'exercice 2**

Déterminer les racines des polynômes :

 $P(x) = -x^2 + 6x - 4$ On calcule le discriminant de $P(x)$ avec $a = -1$, $b = 6$ et $c = -4$:

$$\begin{aligned} \Delta &= 6^2 - 4 \times (-1) \times (-4) \\ \Delta &= 36 - 16 \\ \Delta &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-6 - \sqrt{20}}{2 \times (-1)} \\ x_1 &= \frac{-6 - \sqrt{4} \times \sqrt{5}}{-2} \\ x_1 &= \frac{(3 + \sqrt{5}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ x_1 &= 3 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-6 + \sqrt{20}}{2 \times (-1)} \\ x_2 &= \frac{-6 + \sqrt{4} \times \sqrt{5}}{-2} \\ x_2 &= \frac{(3 - \sqrt{5}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ x_2 &= 3 - \sqrt{5} \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont et

$$\begin{aligned} Q(x) &= -3x^2 + 6x \\ &= 3x \times (-x + 2) \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont et

$$\begin{aligned} R(x) &= 3x^2 - 5 \\ &= (\sqrt{3}x)^2 - \sqrt{5}^2 \\ &= (\sqrt{3}x + \sqrt{5}) \times (\sqrt{3}x - \sqrt{5}) \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont et **Corrigé de l'exercice 3**

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= -3x^2 - 3x \\ &= -3x \times (x + 1) \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont et

$$\begin{aligned} Q(x) &= 64x^2 - 25 \\ &= (\sqrt{64}x)^2 - \sqrt{25}^2 \\ &= (\sqrt{64}x + \sqrt{25}) \times (\sqrt{64}x - \sqrt{25}) \\ &= (8x + 5) \times (8x - 5) \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont et

$R(x) = -x^2 + 18x - 1$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = -1$, $b = 18$ et $c = -1$:

$$\begin{aligned} \Delta &= 18^2 - 4 \times (-1) \times (-1) & x_1 &= \frac{-18 - \sqrt{320}}{2 \times (-1)} & x_2 &= \frac{-18 + \sqrt{320}}{2 \times (-1)} \\ \Delta &= 324 - 4 & x_1 &= \frac{-18 - \sqrt{64} \times \sqrt{5}}{-2} & x_2 &= \frac{-18 + \sqrt{64} \times \sqrt{5}}{-2} \\ \Delta &= 320 & x_1 &= \frac{(9 + 4\sqrt{5}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} & x_2 &= \frac{(9 - 4\sqrt{5}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ & & x_1 &= 9 + 4\sqrt{5} & x_2 &= 9 - 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{9 + 4\sqrt{5}}$ et $\boxed{9 - 4\sqrt{5}}$

Corrigé de l'exercice 4

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 5x^2 - 6x \\ &= -x \times (-5x + 6) \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{\frac{6}{5}}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 64x^2 + 48x + 9 \\ &= (8x)^2 + 2 \times 8x \times 3 + 3^2 \\ &= (8x + 3)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{\frac{-3}{8}}$

$R(x) = -x^2 - 10x - 9$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = -1$, $b = -10$ et $c = -9$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-10)^2 - 4 \times (-1) \times (-9) & x_1 &= \frac{10 - \sqrt{64}}{2 \times (-1)} & x_2 &= \frac{10 + \sqrt{64}}{2 \times (-1)} \\ \Delta &= 100 - 36 & x_1 &= \frac{10 - 8}{-2} & x_2 &= \frac{10 + 8}{-2} \\ \Delta &= 64 & x_1 &= \frac{-1 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} & x_2 &= \frac{-9 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ & & x_1 &= -1 & x_2 &= -9 \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{-1}$ et $\boxed{-9}$

Corrigé de l'exercice 5

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= -9x^2 + 6x \\ &= 3x \times (-3x + 2) \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{\frac{2}{3}}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 16x^2 - 16 \\ &= (\sqrt{16}x)^2 - \sqrt{16}^2 \\ &= (\sqrt{16}x + \sqrt{16}) \times (\sqrt{16}x - \sqrt{16}) \\ &= (4x + 4) \times (4x - 4) \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{-1}$ et $\boxed{1}$

$R(x) = x^2 + 6x - 7$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = 6$ et $c = -7$:

$$\begin{aligned} \Delta &= 6^2 - 4 \times 1 \times (-7) & x_1 &= \frac{-6 - \sqrt{64}}{2 \times 1} & x_2 &= \frac{-6 + \sqrt{64}}{2 \times 1} \\ \Delta &= 36 - (-28) & x_1 &= \frac{-6 - 8}{2} & x_2 &= \frac{-6 + 8}{2} \\ \Delta &= 64 & x_1 &= \frac{-7 \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}} & x_2 &= 1 \\ & & x_1 &= -7 & & \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{-7}$ et $\boxed{1}$

Corrigé de l'exercice 6

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 36x^2 + 108x + 81$$

$$= (6x)^2 + 2 \times 6x \times 9 + 9^2$$

$$= (6x + 9)^2$$

L'unique racine de $P(x)$ est $\boxed{\frac{-3}{2}}$

$$Q(x) = -9x^2 - 9x$$

$$= -9x \times (x + 1)$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{-1}$

 $R(x) = -x^2 + 4x - 1$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = -1$, $b = 4$ et $c = -1$:

$$\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-1)$$

$$\Delta = 16 - 4$$

$$\Delta = 12$$

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{12}}{2 \times (-1)}$$

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{4} \times \sqrt{3}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{(2 + \sqrt{3}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-4 + \sqrt{12}}{2 \times (-1)}$$

$$x_2 = \frac{-4 + \sqrt{4} \times \sqrt{3}}{-2}$$

$$x_2 = \frac{(2 - \sqrt{3}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$$

$$x_2 = 2 - \sqrt{3}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{2 + \sqrt{3}}$ et $\boxed{2 - \sqrt{3}}$

Corrigé de l'exercice 7

Déterminer les racines des polynômes :

 $P(x) = x^2 + 10x + 7$ On calcule le discriminant de $P(x)$ avec $a = 1$, $b = 10$ et $c = 7$:

$$\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 7$$

$$\Delta = 100 - 28$$

$$\Delta = 72$$

$$x_1 = \frac{-10 - \sqrt{72}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = \frac{-10 - \sqrt{36} \times \sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = \frac{(-5 - 3\sqrt{2}) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$$

$$x_1 = -5 - 3\sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{-10 + \sqrt{72}}{2 \times 1}$$

$$x_2 = \frac{-10 + \sqrt{36} \times \sqrt{2}}{2}$$

$$x_2 = \frac{(-5 + 3\sqrt{2}) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$$

$$x_2 = -5 + 3\sqrt{2}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{-5 - 3\sqrt{2}}$ et $\boxed{-5 + 3\sqrt{2}}$

$$Q(x) = 4x^2 - 49$$

$$= (\sqrt{4}x)^2 - \sqrt{49}^2$$

$$= (\sqrt{4}x + \sqrt{49}) \times (\sqrt{4}x - \sqrt{49})$$

$$= (2x + 7) \times (2x - 7)$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{\frac{-7}{2}}$ et $\boxed{\frac{7}{2}}$

$$R(x) = 2x^2 - x$$

$$= -x \times (-2x + 1)$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{\frac{1}{2}}$

Corrigé de l'exercice 8

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 49x^2 - 36$$

$$= (\sqrt{49}x)^2 - \sqrt{36}^2$$

$$= (\sqrt{49}x + \sqrt{36}) \times (\sqrt{49}x - \sqrt{36})$$

$$= (7x + 6) \times (7x - 6)$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{\frac{-6}{7}}$ et $\boxed{\frac{6}{7}}$

$$Q(x) = 25x^2 + 50x + 25$$

$$= (5x)^2 + 2 \times 5x \times 5 + 5^2$$

$$= (5x + 5)^2$$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{-1}$

$R(x) = x^2 + 10x - 2$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = 10$ et $c = -2$:

$$\begin{aligned}\Delta &= 10^2 - 4 \times 1 \times (-2) \\ \Delta &= 100 - (-8) \\ \Delta &= 108\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-10 - \sqrt{108}}{2 \times 1} \\ x_1 &= \frac{-10 - \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{2} \\ x_1 &= \frac{(-5 - 3\sqrt{3}) \times 2}{1 \times 2} \\ x_1 &= -5 - 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= \frac{-10 + \sqrt{108}}{2 \times 1} \\ x_2 &= \frac{-10 + \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{2} \\ x_2 &= \frac{(-5 + 3\sqrt{3}) \times 2}{1 \times 2} \\ x_2 &= -5 + 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{-5 - 3\sqrt{3}}$ et $\boxed{-5 + 3\sqrt{3}}$