Corrigé de l'exercice 1

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 2x - 63$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-63) = 256$ et $\sqrt{256} = 16$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-2)-\sqrt{256}}{2\times 1} = \frac{2-\sqrt{256}}{2} = \frac{2-16}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$\frac{-(-2)+\sqrt{256}}{2\times 1} = \frac{2+\sqrt{256}}{2} = \frac{2+16}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $1 - \sqrt{62}$ et $1 + \sqrt{62}$ ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 5x^2 - 14x + 8$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 5 \times 8 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-14)-\sqrt{36}}{2\times 5} = \frac{14-\sqrt{36}}{10} = \frac{14-6}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4_{\times 2}}{5_{\times 2}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{-(-14)+\sqrt{36}}{2\times 5} = \frac{14+\sqrt{36}}{10} = \frac{14+6}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{4}{5}$ et $x_2 = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{4}{5}$		2		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 0 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ a une seule racine $x_0 = \dfrac{-0}{2 \times 1} = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ s'annule une seule fois pour $x_0 = 0$ et est toujours du signe de a.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 2

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 3x$ sur $I = [0 \ ; \ 5]$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-3-3}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-3+3}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 0$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -3 n'est pas dans $[0 \ ; \ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -100x^2 + 120x - 27$ sur $I = [-5 \ ; \ 5]$.
Je calcule $\Delta = 120^2 - 4 \times (-100) \times (-27) = 3\,600$ et $\sqrt{3\,600} = 60$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-120+\sqrt{3\,600}}{2\times(-100)} &= \frac{-120+\sqrt{3\,600}}{-200}\\ &= \frac{-120+60}{-200}\\ &= \frac{-60}{-200}\\ &= \frac{3_{\times(-20)}}{10_{\times(-20)}}\\ &= \frac{3}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-120-\sqrt{3\,600}}{2\times(-100)} &= \frac{-120-\sqrt{3\,600}}{-200}\\ &= \frac{-120-60}{-200}\\ &= \frac{-180}{-200}\\ &= \frac{9_{\times(-20)}}{10_{\times(-20)}}\\ &= \frac{9}{10}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{3}{10}$ et $x_2 = \frac{9}{10}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{3}{10}$		$\frac{9}{10}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 7x - 8$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-7-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-7-9}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-7+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-7+9}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-8		1		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 15x + 50$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 1 \times 50 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-15-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-15-\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-15-5}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-15+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-15+\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-15+5}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 et -5 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -5x^2 + 17x + 40$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times (-5) \times 40 = 1\,089$ et $\sqrt{1\,089} = 33$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-17+\sqrt{1\,089}}{2\times(-5)} &= \frac{-17+\sqrt{1\,089}}{-10}\\ &= \frac{-17+33}{-10}\\ &= \frac{16}{-10}\\ &= \frac{-8_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-8}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-17-\sqrt{1\,089}}{2\times(-5)} &= \frac{-17-\sqrt{1\,089}}{-10}\\ &= \frac{-17-33}{-10}\\ &= \frac{-50}{-10}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-8}{5}$ et $x_2 = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{8}{5}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 5$ sur $I = \mathbb{R}$.

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 20$ et $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0+\sqrt{20}}{2\times(-1)} &= \frac{+\sqrt{20}}{-2}\\ &= \frac{+2\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{0_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{5}}{1_{\times(-2)}}\\ &= -\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-0-\sqrt{20}}{2\times(-1)} &= \frac{-\sqrt{20}}{-2}\\ &= \frac{-2\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{0_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{5}}{1_{\times(-2)}}\\ &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -\sqrt{5}$ et $x_2 = \sqrt{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		$\sqrt{5}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 4

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 6x + 5$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{6-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{6-4}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{6+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{6+4}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 5$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -9x^2 + 10x + 16$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times (-9) \times 16 = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-10+\sqrt{676}}{2\times(-9)} &= \frac{-10+\sqrt{676}}{-18}\\ &= \frac{-10+26}{-18}\\ &= \frac{16}{-18}\\ &= \frac{-8_{\times(-2)}}{9_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-8}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-10-\sqrt{676}}{2\times(-9)} &= \frac{-10-\sqrt{676}}{-18}\\ &= \frac{-10-26}{-18}\\ &= \frac{-36}{-18}\\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-8}{9}$ et $x_2 = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{8}{9}$		2		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 2x - 1$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-2}{2 \times (-1)} = 1$.
Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ s'annule une seule fois pour $x_0 = 1$ et est toujours du signe de a.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 8x + 15$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 15 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-8) - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{8 - \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{8-2}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-8) + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{8 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{8+2}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 5$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0	5
$P(x)$	$+$	

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -4x^2 - 33x - 35$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-33)^2 - 4 \times (-4) \times (-35) = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-33) + \sqrt{529}}{2 \times (-4)} &= \frac{33 + \sqrt{529}}{-8} \\ &= \frac{33+23}{-8} \\ &= \frac{56}{-8} \\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-33) - \sqrt{529}}{2 \times (-4)} &= \frac{33 - \sqrt{529}}{-8} \\ &= \frac{33-23}{-8} \\ &= \frac{10}{-8} \\ &= \frac{-5_{\times(-2)}}{4_{\times(-2)}} \\ &= \frac{-5}{4}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = \frac{-5}{4}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -7 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		$-\frac{5}{4}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 - 2$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times (-2) = -8$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	

Corrigé de l'exercice 6

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 10x + 24$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-10)-\sqrt{4}}{2\times 1} = \frac{10-\sqrt{4}}{2} = \frac{10-2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\frac{-(-10)+\sqrt{4}}{2\times 1} = \frac{10+\sqrt{4}}{2} = \frac{10+2}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Les racines de P sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 6$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -4x^2 + 33x - 54$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 33^2 - 4 \times (-4) \times (-54) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-33+\sqrt{225}}{2\times(-4)} = \frac{-33+\sqrt{225}}{-8} = \frac{-33+15}{-8} = \frac{-18}{-8} = \frac{9_{\times(-2)}}{4_{\times(-2)}} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{-33-\sqrt{225}}{2\times(-4)} = \frac{-33-\sqrt{225}}{-8} = \frac{-33-15}{-8} = \frac{-48}{-8} = 6$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{9}{4}$ et $x_2 = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or 6 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		$\frac{9}{4}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 7x + 5$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 69$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{69}}{2\times(-1)} &= \frac{-7+\sqrt{69}}{-2}\\ &= \frac{7_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{69}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{7-\sqrt{69}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{69}}{2\times(-1)} &= \frac{-7-\sqrt{69}}{-2}\\ &= \frac{7_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{69}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{7+\sqrt{69}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{7-\sqrt{69}}{2}$ et $x_2 = \frac{7+\sqrt{69}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{7-\sqrt{69}}{2}$		$\frac{7+\sqrt{69}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 7

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 6x - 7$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-6-8}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-6+8}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -7 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		1		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = 3x^2 + 29x + 18$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 29^2 - 4 \times 3 \times 18 = 625$ et $\sqrt{625} = 25$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-29-\sqrt{625}}{2\times 3} &= \frac{-29-\sqrt{625}}{6}\\ &= \frac{-29-25}{6}\\ &= \frac{-54}{6}\\ &= -9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-29+\sqrt{625}}{2\times 3} &= \frac{-29+\sqrt{625}}{6}\\ &= \frac{-29+25}{6}\\ &= \frac{-4}{6}\\ &= \frac{-2_{\times 2}}{3_{\times 2}}\\ &= \frac{-2}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -9$ et $x_2 = \dfrac{-2}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -9 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		$-\frac{2}{3}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 7x - 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{25}}{2\times(-1)} &= \frac{-7+\sqrt{25}}{-2}\\ &= \frac{-7+5}{-2}\\ &= \frac{-2}{-2}\\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{25}}{2\times(-1)} &= \frac{-7-\sqrt{25}}{-2}\\ &= \frac{-7-5}{-2}\\ &= \frac{-12}{-2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	