Corrigé de l'exercice 1

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 5x - 36$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-36) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{169}}{2}\\ &= \frac{-5-13}{2}\\ &= \frac{-18}{2}\\ &= -9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{169}}{2}\\ &= \frac{-5+13}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -9$ et $x_2 = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -9 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		4		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 5x^2 - 34x - 7$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-34)^2 - 4 \times 5 \times (-7) = 1\,296$ et $\sqrt{1\,296} = 36$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-34)-\sqrt{1\,296}}{2\times 5} &= \frac{34-\sqrt{1\,296}}{10}\\ &= \frac{34-36}{10}\\ &= \frac{-2}{10}\\ &= \frac{-1_{\times 2}}{5_{\times 2}}\\ &= \frac{-1}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-34)+\sqrt{1\,296}}{2\times 5} &= \frac{34+\sqrt{1\,296}}{10}\\ &= \frac{34+36}{10}\\ &= \frac{70}{10}\\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{5}$ et $x_2 = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or 7 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		$-\frac{1}{5}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 2x - 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 28$ et $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{28}}{2\times 1} &= \frac{-2-\sqrt{28}}{2}\\ &= \frac{-2-2\sqrt{7}}{2}\\ &= \frac{-1_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{7}}{1_{\times 2}}\\ &= -1-\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{28}}{2\times 1} &= \frac{-2+\sqrt{28}}{2}\\ &= \frac{-2+2\sqrt{7}}{2}\\ &= \frac{-1_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{7}}{1_{\times 2}}\\ &= -1+\sqrt{7}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1 - \sqrt{7}$ et $x_2 = -1 + \sqrt{7}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{7}$		$-1+\sqrt{7}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 2

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 16x + 63$ sur $I = [0 \;;\; 5]$.
Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times 1 \times 63 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-16-\sqrt{4}}{2\times 1} = \frac{-16-\sqrt{4}}{2} = \frac{-16-2}{2} = \frac{-18}{2} = -9$$

$$\frac{-16+\sqrt{4}}{2\times 1} = \frac{-16+\sqrt{4}}{2} = \frac{-16+2}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

Les racines de P sont $x_1 = -9$ et $x_2 = -7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -9 et -7 ne sont pas dans $[0 \;;\; 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -6x^2 + 23x + 18$ sur $I = [-5 \;;\; 5]$.
Je calcule $\Delta = 23^2 - 4 \times (-6) \times 18 = 961$ et $\sqrt{961} = 31$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-23+\sqrt{961}}{2\times(-6)} = \frac{-23+\sqrt{961}}{-12} = \frac{-23+31}{-12} = \frac{8}{-12} = \frac{-2_{\times(-4)}}{3_{\times(-4)}} = \frac{-2}{3}$$

$$\frac{-23-\sqrt{961}}{2\times(-6)} = \frac{-23-\sqrt{961}}{-12} = \frac{-23-31}{-12} = \frac{-54}{-12} = \frac{9_{\times(-6)}}{2_{\times(-6)}} = \frac{9}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-2}{3}$ et $x_2 = \dfrac{9}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{2}{3}$		$\frac{9}{2}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + x - 7$ sur $I = \mathbb{R}$.

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times (-7) = -27$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$ $+\infty$
$P(x)$	$-$

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + x - 30$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-30) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{-1-11}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{-1+11}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -6 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0 5
$P(x)$	$-$

►**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -6x^2 + 11x + 30$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times (-6) \times 30 = 841$ et $\sqrt{841} = 29$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{841}}{2\times(-6)} &= \frac{-11+\sqrt{841}}{-12}\\ &= \frac{-11+29}{-12}\\ &= \frac{18}{-12}\\ &= \frac{-3_{\times(-6)}}{2_{\times(-6)}}\\ &= \frac{-3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{841}}{2\times(-6)} &= \frac{-11-\sqrt{841}}{-12}\\ &= \frac{-11-29}{-12}\\ &= \frac{-40}{-12}\\ &= \frac{10_{\times(-4)}}{3_{\times(-4)}}\\ &= \frac{10}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-3}{2}$ et $x_2 = \frac{10}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{3}{2}$		$\frac{10}{3}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 6x$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 0 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-6-6}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-6+6}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 0$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-6		0		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 4

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 17x + 72$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4\times 1\times 72 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-17)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{17-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{17-1}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-17)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{17+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{17+1}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 8$ et $x_2 = 9$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = 30x^2 - 61x + 30$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-61)^2 - 4\times 30\times 30 = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-61)-\sqrt{121}}{2\times 30} &= \frac{61-\sqrt{121}}{60}\\ &= \frac{61-11}{60}\\ &= \frac{50}{60}\\ &= \frac{5_{\times 10}}{6_{\times 10}}\\ &= \frac{5}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-61)+\sqrt{121}}{2\times 30} &= \frac{61+\sqrt{121}}{60}\\ &= \frac{61+11}{60}\\ &= \frac{72}{60}\\ &= \frac{6_{\times 12}}{5_{\times 12}}\\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{5}{6}$ et $x_2 = \frac{6}{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{5}{6}$		$\frac{6}{5}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 9$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-0-\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{-\sqrt{36}}{2} = \frac{0-6}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$\frac{-0+\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{+\sqrt{36}}{2} = \frac{0+6}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Les racines de P sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 12x + 20$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 12^2 - 4 \times 1 \times 20 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-12-\sqrt{64}}{2\times 1} = \frac{-12-\sqrt{64}}{2} = \frac{-12-8}{2} = \frac{-20}{2} = -10$$

$$\frac{-12+\sqrt{64}}{2\times 1} = \frac{-12+\sqrt{64}}{2} = \frac{-12+8}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 et -2 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -25x^2 + 10x + 3$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times (-25) \times 3 = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-10+\sqrt{400}}{2\times(-25)} &= \frac{-10+\sqrt{400}}{-50} \\ &= \frac{-10+20}{-50} \\ &= \frac{10}{-50} \\ &= \frac{-1_{\times(-10)}}{5_{\times(-10)}} \\ &= \frac{-1}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-10-\sqrt{400}}{2\times(-25)} &= \frac{-10-\sqrt{400}}{-50} \\ &= \frac{-10-20}{-50} \\ &= \frac{-30}{-50} \\ &= \frac{3_{\times(-10)}}{5_{\times(-10)}} \\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{5}$ et $x_2 = \frac{3}{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{1}{5}$		$\frac{3}{5}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + x + 4$ sur $I = \mathbb{R}$.

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 17$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{17}}{2\times(-1)} &= \frac{-1+\sqrt{17}}{-2} \\ &= \frac{1_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{17}}{2_{\times(-1)}} \\ &= \frac{1-\sqrt{17}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{17}}{2\times(-1)} &= \frac{-1-\sqrt{17}}{-2} \\ &= \frac{1_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{17}}{2_{\times(-1)}} \\ &= \frac{1+\sqrt{17}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1-\sqrt{17}}{2}$ et $x_2 = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{17}}{2}$		$\frac{1+\sqrt{17}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 6

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - x - 72$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-72) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{289}}{2} \\ &= \frac{1-17}{2} \\ &= \frac{-16}{2} \\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{289}}{2} \\ &= \frac{1+17}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $\dfrac{1-\sqrt{287}}{2}$ et $\dfrac{1+\sqrt{287}}{2}$ ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -5x^2 + 11x - 6$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times (-5) \times (-6) = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{1}}{2\times(-5)} &= \frac{-11+\sqrt{1}}{-10}\\ &= \frac{-11+1}{-10}\\ &= \frac{-10}{-10}\\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{1}}{2\times(-5)} &= \frac{-11-\sqrt{1}}{-10}\\ &= \frac{-11-1}{-10}\\ &= \frac{-12}{-10}\\ &= \frac{6_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}}\\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = \dfrac{6}{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		1		$\frac{6}{5}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 3x - 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = -15$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	

Corrigé de l'exercice 7

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 14x + 48$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times 1 \times 48 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-14-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-14-2}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-14+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-14+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-14+2}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = -6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -8 et -6 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 33x^2 - 49x + 18$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-49)^2 - 4 \times 33 \times 18 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-49) - \sqrt{25}}{2 \times 33} = \frac{49 - \sqrt{25}}{66} = \frac{49 - 5}{66} = \frac{44}{66} = \frac{2_{\times 22}}{3_{\times 22}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-(-49) + \sqrt{25}}{2 \times 33} = \frac{49 + \sqrt{25}}{66} = \frac{49 + 5}{66} = \frac{54}{66} = \frac{9_{\times 6}}{11_{\times 6}} = \frac{9}{11}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{2}{3}$ et $x_2 = \frac{9}{11}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{2}{3}$		$\frac{9}{11}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 8x - 3$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 76$ et $\sqrt{76} = 2\sqrt{19}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-8 - \sqrt{76}}{2 \times 1} = \frac{-8 - \sqrt{76}}{2} = \frac{-8 - 2\sqrt{19}}{2} = \frac{-4_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{19}}{1_{\times 2}} = -4 - \sqrt{19}$$

$$\frac{-8 + \sqrt{76}}{2 \times 1} = \frac{-8 + \sqrt{76}}{2} = \frac{-8 + 2\sqrt{19}}{2} = \frac{-4_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{19}}{1_{\times 2}} = -4 + \sqrt{19}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4 - \sqrt{19}$ et $x_2 = -4 + \sqrt{19}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-4 - \sqrt{19}$		$-4 + \sqrt{19}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	