Corrigé de l'exercice 1

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 12x + 20$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 12^2 - 4 \times 1 \times 20 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-12-\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-12-\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-12-8}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-12+\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-12+\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-12+8}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 et -2 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -10x^2 + 17x - 3$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times (-10) \times (-3) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-17+\sqrt{169}}{2\times(-10)} &= \frac{-17+\sqrt{169}}{-20}\\ &= \frac{-17+13}{-20}\\ &= \frac{-4}{-20}\\ &= \frac{1_{\times(-4)}}{5_{\times(-4)}}\\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-17-\sqrt{169}}{2\times(-10)} &= \frac{-17-\sqrt{169}}{-20}\\ &= \frac{-17-13}{-20}\\ &= \frac{-30}{-20}\\ &= \frac{3_{\times(-10)}}{2_{\times(-10)}}\\ &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1}{5}$ et $x_2 = \frac{3}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{1}{5}$		$\frac{3}{2}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 5x + 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-5-1}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-5+1}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -3$ et $x_2 = -2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 5x - 24$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (-24) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)-\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{5-\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{5-11}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)+\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{5+\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{5+11}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $\dfrac{5-\sqrt{71}}{2}$ et $\dfrac{5+\sqrt{71}}{2}$ ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = 40x^2 + 82x + 21$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 82^2 - 4 \times 40 \times 21 = 3\,364$ et $\sqrt{3\,364} = 58$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-82-\sqrt{3\,364}}{2\times 40} &= \frac{-82-\sqrt{3\,364}}{80}\\ &= \frac{-82-58}{80}\\ &= \frac{-140}{80}\\ &= \frac{-7_{\times 20}}{4_{\times 20}}\\ &= \frac{-7}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-82+\sqrt{3\,364}}{2\times 40} &= \frac{-82+\sqrt{3\,364}}{80}\\ &= \frac{-82+58}{80}\\ &= \frac{-24}{80}\\ &= \frac{-3_{\times 8}}{10_{\times 8}}\\ &= \frac{-3}{10}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-7}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-3}{10}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{7}{4}$		$-\frac{3}{10}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 5x$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 0 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-5-5}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-5+5}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -5$ et $x_2 = 0$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-5		0		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 9x - 10$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{-9-\sqrt{121}}{2} \\ &= \frac{-9-11}{2} \\ &= \frac{-20}{2} \\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{-9+\sqrt{121}}{2} \\ &= \frac{-9+11}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		1		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

►**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 5x + 36$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times 36 = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{169}}{2\times (-1)} &= \frac{-5+\sqrt{169}}{-2} \\ &= \frac{-5+13}{-2} \\ &= \frac{8}{-2} \\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{169}}{2\times (-1)} &= \frac{-5-\sqrt{169}}{-2} \\ &= \frac{-5-13}{-2} \\ &= \frac{-18}{-2} \\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or 9 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		-4		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 5x + 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-5-\sqrt{1}}{2\times 1} = \frac{-5-\sqrt{1}}{2} = \frac{-5-1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$\frac{-5+\sqrt{1}}{2\times 1} = \frac{-5+\sqrt{1}}{2} = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Les racines de P sont $x_1 = -3$ et $x_2 = -2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 4

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 6x + 5$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-6-\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{-6-\sqrt{16}}{2} = \frac{-6-4}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$\frac{-6+\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{-6+\sqrt{16}}{2} = \frac{-6+4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Les racines de P sont $x_1 = -5$ et $x_2 = -1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -5 et -1 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -10x^2 - x + 9$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-10) \times 9 = 361$ et $\sqrt{361} = 19$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{361}}{2\times(-10)} &= \frac{1+\sqrt{361}}{-20}\\ &= \frac{1+19}{-20}\\ &= \frac{20}{-20}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{361}}{2\times(-10)} &= \frac{1-\sqrt{361}}{-20}\\ &= \frac{1-19}{-20}\\ &= \frac{-18}{-20}\\ &= \frac{9_{\times(-2)}}{10_{\times(-2)}}\\ &= \frac{9}{10}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{9}{10}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-1		$\frac{9}{10}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 6x + 2$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 2 = 28$ et $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{28}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{28}}{2}\\ &= \frac{-6-2\sqrt{7}}{2}\\ &= \frac{-3_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{7}}{1_{\times 2}}\\ &= -3-\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{28}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{28}}{2}\\ &= \frac{-6+2\sqrt{7}}{2}\\ &= \frac{-3_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{7}}{1_{\times 2}}\\ &= -3+\sqrt{7}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -3-\sqrt{7}$ et $x_2 = -3+\sqrt{7}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-3-\sqrt{7}$		$-3+\sqrt{7}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 5

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 12x + 35$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 12^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-12-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-12-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-12-2}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-12+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-12+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-12+2}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = -5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -7 et -5 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -5x^2 - 13x - 6$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times (-5) \times (-6) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-13)+\sqrt{49}}{2\times(-5)} &= \frac{13+\sqrt{49}}{-10}\\ &= \frac{13+7}{-10}\\ &= \frac{20}{-10}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-13)-\sqrt{49}}{2\times(-5)} &= \frac{13-\sqrt{49}}{-10}\\ &= \frac{13-7}{-10}\\ &= \frac{6}{-10}\\ &= \frac{-3_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-3}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{-3}{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-2		$-\frac{3}{5}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 5x - 5$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 45$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{45}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{45}}{2}\\ &= \frac{-5-3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{45}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{45}}{2}\\ &= \frac{-5+3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-5-3\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \frac{-5+3\sqrt{5}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{-5-3\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-5+3\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 6

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 8x + 12$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-8-\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{-8-\sqrt{16}}{2} = \frac{-8-4}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

$$\frac{-8+\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{-8+\sqrt{16}}{2} = \frac{-8+4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = -2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -6 et -2 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -4x^2 + 3x + 1$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4\times(-4)\times 1 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-3+\sqrt{25}}{2\times(-4)} = \frac{-3+\sqrt{25}}{-8} = \frac{-3+5}{-8} = \frac{2}{-8} = \frac{-1_{\times(-2)}}{4_{\times(-2)}} = \frac{-1}{4}$$

$$\frac{-3-\sqrt{25}}{2\times(-4)} = \frac{-3-\sqrt{25}}{-8} = \frac{-3-5}{-8} = \frac{-8}{-8} = 1$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{4}$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{1}{4}$		1		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 8x + 1$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4\times 1\times 1 = 60$ et $\sqrt{60} = 2\sqrt{15}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-8-\sqrt{60}}{2\times 1} = \frac{-8-\sqrt{60}}{2} = \frac{-8-2\sqrt{15}}{2} = \frac{-4_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{15}}{1_{\times 2}} = -4-\sqrt{15}$$

$$\frac{-8+\sqrt{60}}{2\times 1} = \frac{-8+\sqrt{60}}{2} = \frac{-8+2\sqrt{15}}{2} = \frac{-4_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{15}}{1_{\times 2}} = -4+\sqrt{15}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4-\sqrt{15}$ et $x_2 = -4+\sqrt{15}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-4-\sqrt{15}$		$-4+\sqrt{15}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 7

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 12x + 32$ sur $I = [0~;~5]$.
Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 32 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-12)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{12-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{12-4}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-12)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{12+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{12+4}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 8$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -33x^2 - 50x + 63$ sur $I = [-5~;~5]$.
Je calcule $\Delta = (-50)^2 - 4 \times (-33) \times 63 = 10\,816$ et $\sqrt{10\,816} = 104$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-50)+\sqrt{10\,816}}{2\times(-33)} &= \frac{50+\sqrt{10\,816}}{-66}\\ &= \frac{50+104}{-66}\\ &= \frac{154}{-66}\\ &= \frac{-7_{\times(-22)}}{3_{\times(-22)}}\\ &= \frac{-7}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-50)-\sqrt{10\,816}}{2\times(-33)} &= \frac{50-\sqrt{10\,816}}{-66}\\ &= \frac{50-104}{-66}\\ &= \frac{-54}{-66}\\ &= \frac{9_{\times(-6)}}{11_{\times(-6)}}\\ &= \frac{9}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-7}{3}$ et $x_2 = \frac{9}{11}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{7}{3}$		$\frac{9}{11}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 3x + 5$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 5 = -11$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	