Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $u_0 = -9$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'inverse du précédent, on a : $u_1 = \frac{1}{u_0} = \frac{1}{-9} = -\frac{1}{9}$; $u_2 = \frac{1}{u_1} = \frac{1}{-\frac{1}{9}} = -9$; $u_3 = \frac{1}{u_2} = \frac{1}{-9} = -\frac{1}{9}$; $u_4 = \frac{1}{u_3} = \frac{1}{-\frac{1}{9}} = -9$; $u_5 = \frac{1}{u_4} = \frac{1}{-9} = -\frac{1}{9}$; $u_6 = \frac{1}{u_5} = \frac{1}{-\frac{1}{9}} = -9$.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = -\frac{1}{9}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = -9$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = -9$.

►**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 0$ par : $u_n = \frac{1}{2}n - 3$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{1}{2} \times 5 - 3 = \frac{5}{2} - \frac{3\times 2}{2} = \frac{5-6}{2} = \frac{1}{-2}$. La solution est $u_5 = \frac{1}{-2}$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = \frac{1}{2} \times 6 - 3 = \frac{6}{2} - \frac{3\times 2}{2} = \frac{6-6}{2} = 0$. La solution est donc : $u_6 = 0$.

c) On a : $u_4 = \frac{1}{2} \times 4 - 3 = \frac{4}{2} - \frac{3\times 2}{2} = \frac{4-6}{2} = -1$. La solution est donc : $u_4 = -1$.

►**3.** La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 0 : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 9. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_1 &= \frac{2}{3}u_0 - 9 = \frac{2}{3} \times 1 - 9 = \frac{2}{3} - \frac{9\times 3}{3} = \frac{2-27}{3} = \frac{25}{-3} \\
u_2 &= \frac{2}{3}u_1 - 9 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{25}{-3}\right) - 9 = \frac{50}{-9} + \frac{-9\times -9}{-9} = \frac{50+81}{-9} = \frac{131}{-9} \\
u_3 &= \frac{2}{3}u_2 - 9 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{131}{-9}\right) - 9 = \frac{262}{-27} + \frac{-9\times -27}{-27} = \frac{262+243}{-27} = \frac{505}{-27} \\
u_4 &= \frac{2}{3}u_3 - 9 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{505}{-27}\right) - 9 = \frac{1010}{-81} + \frac{-9\times -81}{-81} = \frac{1010+729}{-81} = \frac{1739}{-81} \\
u_5 &= \frac{2}{3}u_4 - 9 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1739}{-81}\right) - 9 = \frac{3478}{-243} + \frac{-9\times -243}{-243} = \frac{3478+2187}{-243} = \frac{5665}{-243} \\
u_6 &= \frac{2}{3}u_5 - 9 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{5665}{-243}\right) - 9 = \frac{11330}{-729} + \frac{-9\times -729}{-729} = \frac{11330+6561}{-729} = \frac{17891}{-729}
\end{aligned}$$

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{5665}{-243}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{17891}{-729}$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{1739}{-81}$.

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_0 = -5$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au terme précédent auquel on ajoute 3, on a : $u_1 = u_0 + 3 = -5 + 3 = -2$; $u_2 = u_1 + 3 = -2 + 3 = 1$; $u_3 = u_2 + 3 = 1 + 3 = 4$; $u_4 = u_3 + 3 = 4 + 3 = 7$; $u_5 = u_4 + 3 = 7 + 3 = 10$.

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = 4$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 7$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 10$.

▶2. La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = \frac{1}{4}n$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4}$. La solution est $u_5 = \frac{5}{4}$.

b) Le terme de rang 4 est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = \frac{1}{4} \times 4 = \frac{4}{4} = 1.0$. La solution est donc : $u_4 = 1.0$.

c) Ce terme a déjà été calculé, et $u_5 = \frac{5}{4}$.

▶3. La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = 7 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 0 : u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 7. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_1 &= \frac{1}{4}u_0 + 7 = \frac{1}{4} \times 7 + 7 = \frac{7}{4} + \frac{7 \times 4}{4} = \frac{7 + 28}{4} = \frac{35}{4} \\
u_2 &= \frac{1}{4}u_1 + 7 = \frac{1}{4} \times \frac{35}{4} + 7 = \frac{35}{16} + \frac{7 \times 16}{16} = \frac{35 + 112}{16} = \frac{147}{16} \\
u_3 &= \frac{1}{4}u_2 + 7 = \frac{1}{4} \times \frac{147}{16} + 7 = \frac{147}{64} + \frac{7 \times 64}{64} = \frac{147 + 448}{64} = \frac{595}{64} \\
u_4 &= \frac{1}{4}u_3 + 7 = \frac{1}{4} \times \frac{595}{64} + 7 = \frac{595}{256} + \frac{7 \times 256}{256} = \frac{595 + 1792}{256} = \frac{2387}{256} \\
u_5 &= \frac{1}{4}u_4 + 7 = \frac{1}{4} \times \frac{2387}{256} + 7 = \frac{2387}{1024} + \frac{7 \times 1024}{1024} = \frac{2387 + 7168}{1024} = \frac{9555}{1024}
\end{aligned}$$

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{595}{64}$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = \frac{2387}{256}$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = \frac{9555}{1024}$.

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_3 = -1$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à six fois le précédent, on a : $u_4 = 6u_3 = 6 \times -1 = \frac{-6}{1} = -6$; $u_5 = 6u_4 = 6 \times -6 = \frac{-36}{1} = -36$; $u_6 = 6u_5 = 6 \times -36 = \frac{-216}{1} = -216$; $u_7 = 6u_6 = 6 \times -216 = \frac{-1296}{1} = -1296$.

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = -1296$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = -216$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = -36$.

▶2. La suite u est définie pour $n \geqslant 3$ par : $u_n = n - 5$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = 7 - 5 = 2$. La solution est $u_7 = 2$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 6 - 5 = 1$. La solution est donc : $u_6 = 1$.

c) On a : $u_5 = 5 - 5 = 0$. La solution est donc : $u_5 = 0$.

►3. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par récurrence, pour $n \geqslant 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = -6 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 0 : u_{n+1} = \frac{1}{10}u_n. \end{cases}$$

$$u_1 = \frac{1}{10}u_0 = \frac{1}{10} \times (-6) = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}$$
$$u_2 = \frac{1}{10}u_1 = \frac{1}{10} \times \frac{-3}{5} = \frac{-3}{50}$$
$$u_3 = \frac{1}{10}u_2 = \frac{1}{10} \times \frac{-3}{50} = \frac{-3}{500}$$
$$u_4 = \frac{1}{10}u_3 = \frac{1}{10} \times \frac{-3}{500} = \frac{-3}{5000}$$
$$u_5 = \frac{1}{10}u_4 = \frac{1}{10} \times \frac{-3}{5000} = \frac{-3}{50000}$$
$$u_6 = \frac{1}{10}u_5 = \frac{1}{10} \times \frac{-3}{50000} = \frac{-3}{500000}$$

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = \frac{-3}{5000}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{-3}{500000}$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = \frac{-3}{50000}$.

Corrigé de l'exercice 4

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_3 = 1$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au terme précédent auquel on ajoute 4, on a : $u_4 = u_3 + 4 = 1 + 4 = 5$; $u_5 = u_4 + 4 = 5 + 4 = 9$; $u_6 = u_5 + 4 = 9 + 4 = 13$; $u_7 = u_6 + 4 = 13 + 4 = 17$; $u_8 = u_7 + 4 = 17 + 4 = 21$; $u_9 = u_8 + 4 = 21 + 4 = 25$.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7 ; le sixième terme est u_8 ; le septième terme est u_9. Le terme demandé est donc : $u_9 = 25$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = 13$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = 5$.

►2. La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 3$ par : $u_n = 5n^2 + 5n - 5$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7 ; le sixième terme est u_8 ; le septième terme est u_9. Le terme demandé est donc : $u_9 = 5 \times 9^2 + 5 \times 9 - 5 = 405 + 45 - 5 = 445$. La solution est $u_9 = 445$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 5 \times 6^2 + 5 \times 6 - 5 = 180 + 30 - 5 = 205$. La solution est donc : $u_6 = 205$.

c) On a : $u_4 = 5 \times 4^2 + 5 \times 4 - 5 = 80 + 20 - 5 = 95$. La solution est donc : $u_4 = 95$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = -3 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 0 : u_{n+1} = u_n + 1. \end{cases}$$

$$u_1 = u_0 + 1 = -3 + 1 = -2$$
$$u_2 = u_1 + 1 = -2 + 1 = -1$$
$$u_3 = u_2 + 1 = -1 + 1 = 0$$
$$u_4 = u_3 + 1 = 0 + 1 = 1$$
$$u_5 = u_4 + 1 = 1 + 1 = 2$$
$$u_6 = u_5 + 1 = 2 + 1 = 3$$

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5 ; le septième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 3$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = 3$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = 1$.

Corrigé de l'exercice 5

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_1 = -7$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au terme précédent auquel on ajoute 7, on a : $u_2 = u_1 + 7 = -7 + 7 = 0$; $u_3 = u_2 + 7 = 0 + 7 = 7$; $u_4 = u_3 + 7 = 7 + 7 = 14$; $u_5 = u_4 + 7 = 14 + 7 = 21$.

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = 7$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 14$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 21$.

►2. La suite u est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = \frac{10^n}{7n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = \frac{10^4}{7\times 4} = \frac{10000}{28} = \frac{2500}{7}$. La solution est $u_4 = \frac{2500}{7}$.

b) Le terme de rang 4 est u_4. Ce terme a déjà été calculé, et $u_4 = \frac{2500}{7}$.

c) On a : $u_5 = \frac{10^5}{7\times 5} = \frac{100000}{35} = \frac{20000}{7}$. La solution est donc : $u_5 = \frac{20000}{7}$.

►3. La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = 2 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 2 : u_{n+1} = 3u_n - 2. \end{cases}$$

$$u_3 = 3u_2 - 2 = 3 \times 2 - 2 = 4$$
$$u_4 = 3u_3 - 2 = 3 \times 4 - 2 = 10$$
$$u_5 = 3u_4 - 2 = 3 \times 10 - 2 = 28$$

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = 10$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 10$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 28$.