

**Corrigé de l'exercice 1**

- 1. Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

$$\begin{aligned} 561 &= 3 \times 187 \\ &= 3 \times 11 \times 17 \end{aligned}$$

101 est un nombre premier.

$$\begin{aligned} 272 &= 2 \times 136 \\ &= 2 \times 2 \times 68 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 34 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1395 &= 3 \times 465 \\ &= 3 \times 3 \times 155 \\ &= 3 \times 3 \times 5 \times 31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 360 &= 2 \times 180 \\ &= 2 \times 2 \times 90 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 45 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 15 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

- 2. En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 360 et 1395.

D'après la question 1), on sait que les nombres 360 et 1395 ont comme facteurs premiers communs : 3, 3, 5.

On en déduit que le PGCD des nombres 360 et 1395 est :  $3 \times 3 \times 5 = 45$ .

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 360 et de 1395.

En voici deux :

- a) On peut simplement utiliser la formule :  $a \times b = PGCD(a; b) \times PPCM(a; b)$ .

$$\text{Donc : } PPCM(360; 1395) = \frac{360 \times 1395}{45} = 11\,160.$$

- b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.

Comme  $PGCD(360; 1395) = 45 = 3 \times 3 \times 5$ , alors les "facteurs complémentaires" de  $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$  sont : 2, 2, 2. On en déduit que  $PPCM(360; 1395) = 1395 \times 2 \times 2 \times 2 = 11\,160$ .

- 3. Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 561 est :

$$561 = 3 \times 11 \times 17.$$

Il faut donc encore multiplier ce nombre par les facteurs 3, 11 et 17.

Le nombre cherché est par conséquent 561 et le carré parfait obtenu est 314 721.

- 4. Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction est de diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2),  $PGCD(360; 1395) = 45$ , donc on obtient :

$$\frac{360 \div 45}{1395 \div 45} = \frac{8}{31}.$$

- 5. Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâce à la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 360 et 1395, qui est par définition le plus petit multiple commun de ces deux nombres.

$$\frac{16 \times 31}{360 \times 31} + \frac{50 \times 8}{1395 \times 8} = \frac{496}{11\,160} + \frac{400}{11\,160} = \frac{896 \div 8}{11\,160 \div 8} = \frac{112}{1395}.$$

**Corrigé de l'exercice 2**

- 1. Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

809 est un nombre premier.

$$\begin{aligned} 376 &= 2 \times 188 \\ &= 2 \times 2 \times 94 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1200 &= 2 \times 600 \\ &= 2 \times 2 \times 300 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 150 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 75 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 25 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1080 &= 2 \times 540 \\ &= 2 \times 2 \times 270 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 135 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 45 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 15 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

503 est un nombre premier.

- 2. En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 1 200 et 1 080.

D'après la question 1), on sait que les nombres 1 200 et 1 080 ont comme facteurs premiers communs : 2, 2, 2, 3, 5.

On en déduit que le PGCD des nombres 1 200 et 1 080 est :  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$ .

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 1 200 et de 1 080.

En voici deux :

- a) On peut simplement utiliser la formule :  $a \times b = PGCD(a; b) \times PPCM(a; b)$ .

$$\text{Donc : } PPCM(1\,200; 1\,080) = \frac{1\,200 \times 1\,080}{120} = 10\,800.$$

- b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.

Comme  $PGCD(1\,200; 1\,080) = 120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ , alors les "facteurs complémentaires" de  $1\,200 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$  sont : 2, 5. On en déduit que  $PPCM(1\,200; 1\,080) = 1\,080 \times 2 \times 5 = 10\,800$ .

- 3. Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 376 est :

$$376 = 2 \times 2 \times 2 \times 47.$$

Il faut donc encore multiplier ce nombre par les facteurs 2 et 47.

Le nombre cherché est par conséquent 94 et le carré parfait obtenu est 35 344.

- 4. Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction est de diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2),  $PGCD(1\,200; 1\,080) = 120$ , donc on obtient :

$$\frac{1\,200 \div 120}{1\,080 \div 120} = \frac{10}{9}.$$

- 5. Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâce à la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 1 200 et 1 080, qui est par définition le plus petit multiple commun de ces deux nombres.

$$\frac{18 \times 9}{1\,200 \times 9} + \frac{44 \times 10}{1\,080 \times 10} = \frac{162}{10\,800} + \frac{440}{10\,800} = \frac{602 \div 2}{10\,800 \div 2} = \frac{301}{5\,400}.$$

### Corrigé de l'exercice 3

- 1. Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

983 est un nombre premier.

$$545 = 5 \times 109$$

$$\begin{aligned} 940 &= 2 \times 470 \\ &= 2 \times 2 \times 235 \\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 47 \end{aligned}$$

$$1343 = 17 \times 79$$

$$1817 = 23 \times 79$$

- 2. En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 1 343 et 1 817.

D'après la question 1), on sait que les nombres 1 343 et 1 817 ont comme facteurs premiers communs : 79.

On en déduit que le PGCD des nombres 1 343 et 1 817 est : 79.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 1 343 et de 1 817.

En voici deux :

- a) On peut simplement utiliser la formule :  $a \times b = PGCD(a; b) \times PPCM(a; b)$ .

$$\text{Donc : } PPCM(1\,343; 1\,817) = \frac{1\,343 \times 1\,817}{79} = 30\,889.$$

- b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.

Comme  $PGCD(1\,343; 1\,817) = 79$ , alors les "facteurs complémentaires" de  $1\,343 = 17 \times 79$  est : 17. On en déduit que  $PPCM(1\,343; 1\,817) = 1\,817 \times 17 = 30\,889$ .

- 3. Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 940 est :

$$940 = 2 \times 2 \times 5 \times 47.$$

Il faut donc encore multiplier ce nombre par les facteurs 5 et 47.

Le nombre cherché est par conséquent 235 et le carré parfait obtenu est 220 900.

- 4. Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction est de diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2),  $PGCD(1\,343; 1\,817) = 79$ , donc on obtient :

$$\frac{1\,343 \div 79}{1\,817 \div 79} = \frac{17}{23}.$$

- 5. Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâce à la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 1 343 et 1 817, qui est par définition le plus petit multiple commun de ces deux nombres.

$$\frac{37 \times 23}{1\,343 \times 23} + \frac{50 \times 17}{1\,817 \times 17} = \frac{851}{30\,889} + \frac{850}{30\,889} = \frac{1\,701}{30\,889}.$$

### Corrigé de l'exercice 4

- 1. Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

$$\begin{aligned} 182 &= 2 \times 91 \\ &= 2 \times 7 \times 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 504 &= 2 \times 252 \\ &= 2 \times 2 \times 126 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 63 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 21 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 651 &= 3 \times 217 \\ &= 3 \times 7 \times 31 \end{aligned}$$

461 est un nombre premier.

$$\begin{aligned} 796 &= 2 \times 398 \\ &= 2 \times 2 \times 199 \end{aligned}$$

- 2. En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 651 et 504.

D'après la question 1), on sait que les nombres 651 et 504 ont comme facteurs premiers communs : 3, 7.

On en déduit que le PGCD des nombres 651 et 504 est :  $3 \times 7 = 21$ .

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 651 et de 504.

En voici deux :

- a) On peut simplement utiliser la formule :  $a \times b = PGCD(a; b) \times PPCM(a; b)$ .

$$\text{Donc : } PPCM(651; 504) = \frac{651 \times 504}{21} = 15\,624.$$

- b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.

Comme  $PGCD(651; 504) = 21 = 3 \times 7$ , alors les "facteurs complémentaires" de  $651 = 3 \times 7 \times 31$  est : 31. On en déduit que  $PPCM(651; 504) = 504 \times 31 = 15\,624$ .

- 3. Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 796 est :

$$796 = 2 \times 2 \times 199.$$

Il faut donc encore multiplier ce nombre par le facteur 199.

Le nombre cherché est par conséquent 199 et le carré parfait obtenu est 158 404.

- 4. Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction est de diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2),  $PGCD(651; 504) = 21$ , donc on obtient :

$$\frac{651 \div 21}{504 \div 21} = \frac{31}{24}.$$

- 5. Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâce à la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 651 et 504, qui est par définition le plus petit multiple commun de ces deux nombres.

$$\frac{22 \times 24}{651 \times 24} + \frac{16 \times 31}{504 \times 31} = \frac{528}{15\,624} + \frac{496}{15\,624} = \frac{1\,024 \div 8}{15\,624 \div 8} = \frac{128}{1\,953}.$$