Corrigé de l'exercice 1

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{\frac{-1}{7}+2}{\frac{5}{7}+8}$$

$$A = \frac{\frac{-1}{7}+\frac{2_{\times 7}}{1_{\times 7}}}{\frac{5}{7}+\frac{8_{\times 7}}{1_{\times 7}}}$$

$$A = \frac{\frac{-1}{7}+\frac{14}{7}}{\frac{5}{7}+\frac{56}{7}}$$

$$A = \frac{13}{7} \div \frac{61}{7}$$

$$A = \frac{13}{7} \times \frac{7}{61}$$

$$A = \frac{13}{1 \times \cancel{7}} \times \frac{1 \times \cancel{7}}{61}$$

$$\boxed{A = \frac{13}{61}}$$

$$B = \frac{-28}{9} - \frac{-28}{45} \div \frac{14}{27}$$

$$B = \frac{-28}{9} - \frac{-28}{45} \times \frac{27}{14}$$

$$B = \frac{-28}{9} - \frac{-2 \times \cancel{14}}{5 \times \cancel{9}} \times \frac{3 \times \cancel{9}}{1 \times \cancel{14}}$$

$$B = \frac{-28}{9} - \frac{-6}{5}$$

$$B = \frac{-28_{\times 5}}{9_{\times 5}} - \frac{-6_{\times 9}}{5_{\times 9}}$$

$$B = \frac{-140}{45} - \frac{-54}{45}$$

$$\boxed{B = \frac{-86}{45}}$$

$$C = \frac{-7}{9} \div \left(\frac{-7}{5} + \frac{6}{7}\right)$$

$$C = \frac{-7}{9} \div \left(\frac{-7_{\times 7}}{5_{\times 7}} + \frac{6_{\times 5}}{7_{\times 5}}\right)$$

$$C = \frac{-7}{9} \div \left(\frac{-49}{35} + \frac{30}{35}\right)$$

$$C = \frac{-7}{9} \div \frac{-19}{35}$$

$$C = \frac{-7}{9} \times \frac{-35}{19}$$

$$C = \frac{-7}{-9 \times \cancel{1}} \times \frac{35 \times \cancel{1}}{19}$$

$$\boxed{C = \frac{245}{171}}$$

Corrigé de l'exercice 2

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A = \frac{160 \times 10^3 \times 1\,500 \times 10^7}{0{,}1 \times \left(10^{-8}\right)^4}$$

$$A = \frac{160 \times 1\,500}{0{,}1} \times \frac{10^{3+7}}{10^{-8\times 4}}$$

$$A = 2\,400\,000 \times 10^{10-(-32)}$$

$$A = 2{,}4 \times 10^6 \times 10^{42}$$

$$\boxed{A = 2{,}4 \times 10^{48}}$$

$$B = \frac{36 \times 10^6 \times 63 \times 10^{-2}}{5\,040 \times \left(10^7\right)^2}$$

$$B = \frac{36 \times 63}{5\,040} \times \frac{10^{6+(-2)}}{10^{7\times 2}}$$

$$B = 0{,}45 \times 10^{4-14}$$

$$B = 4{,}5 \times 10^{-1} \times 10^{-10}$$

$$\boxed{B = 4{,}5 \times 10^{-11}}$$

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Les nombres 770 et 560 sont-ils premiers entre eux ?
770 et 560 se terminent tous les deux par zéro donc ils sont divisibles par 10.
770 et 560 ne sont donc pas premiers entre eux

▶**2.** Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 770 et 560.
On calcule le PGCD des nombres 770 et 560 en utilisant l'algorithme d'Euclide.

$770 = 560 \times 1 + 210$

$560 = 210 \times 2 + 140$

$210 = 140 \times 1 + 70$

$140 = 70 \times 2 + 0$

$\boxed{\text{Donc le PGCD de } 770 \text{ et } 560 \text{ est } 70}$.

►3. Simplifier la fraction $\dfrac{770}{560}$ pour la rendre irréductible en indiquant la méthode.

$$\begin{aligned}\frac{770}{560} &= \frac{770 \div 70}{560 \div 70} \\ &= \boxed{\frac{11}{8}}\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 4

On donne $A = -60\,x + 100\,x^2 + 9 - (-10\,x + 3)\,(9\,x + 6)$.

►1. Développer et réduire A.

$A = 100\,x^2 + 9 - 60\,x - (-10\,x + 3)\,(9\,x + 6)$

$A = 100\,x^2 - 60\,x + 9 - (-90\,x^2 + (-60\,x) + 27\,x + 18)$

$A = 100\,x^2 - 60\,x + 9 + 90\,x^2 + 33\,x - 18$

$\boxed{A = 190\,x^2 - 27\,x - 9}$

►2. Factoriser A.

$A = 9 - 60\,x + 100\,x^2 - (-10\,x + 3)\,(9\,x + 6)$

$A = 100\,x^2 - 60\,x + 9 - (-10\,x + 3)\,(9\,x + 6)$

$A = (-10\,x + 3)^2 - (-10\,x + 3)\,(9\,x + 6)$

$A = (-10\,x + 3)\,\big(-10\,x + 3 - (9\,x + 6)\big)$

$A = (-10\,x + 3)\,(-10\,x + 3 - 9\,x - 6)$

$\boxed{A = (-10\,x + 3)\,(-19\,x - 3)}$

►3. Calculer A pour $x = \dfrac{-3}{2}$.

Nous savons que $A = 190\,x^2 - 27\,x - 9$. Donc pour $x = \dfrac{-3}{2}$:

$$A = 190 \times \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 27 \times \left(\frac{-3}{2}\right) - 9$$

$$A = \frac{95 \times \cancel{2}}{1} \times \frac{9}{2 \times \cancel{2}} + \frac{-27}{-1 \times \cancel{1}} \times \frac{3 \times \cancel{1}}{2} - 9$$

$$A = \frac{855}{2} + \frac{81}{2} + \frac{-18}{2}$$

$$\boxed{A = \frac{918}{2} = 459}$$

▶**4.** Résoudre l'équation $A = 0$.
Nous savons que $A = (-10\,x+3)\,(-19\,x-3)$. Nous devons donc résoudre $(-10\,x+3)\,(-19\,x-3) = 0$.
Un produit de facteurs est nul signifie qu'un des facteurs est nul. Donc :

$-10\,x+3 = 0$ ou $-19\,x-3 = 0$

$-10\,x = -3$ ou $-19\,x = 3$

$x = \dfrac{3}{10}$ ou $x = \dfrac{-3}{19}$

Les solutions de cette équation sont $\dfrac{3}{10}$ et $\dfrac{-3}{19}$.

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = -3\sqrt{20} - 2\sqrt{80} - \sqrt{45}$
$A = -3\sqrt{4}\times\sqrt{5} - 2\sqrt{16}\times\sqrt{5} - \sqrt{9}\times\sqrt{5}$
$A = -3\times 2\times\sqrt{5} - 2\times 4\times\sqrt{5} - 1\times 3\times\sqrt{5}$
$A = -6\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$\boxed{A = -17\sqrt{5}}$

$B = \sqrt{48}\times\sqrt{27}\times\sqrt{12}$
$B = \sqrt{16}\times\sqrt{3}\times\sqrt{9}\times\sqrt{3}\times\sqrt{4}\times\sqrt{3}$
$B = 4\times\sqrt{3}\times 3\times\sqrt{3}\times 2\times\sqrt{3}$
$B = 24\times\left(\sqrt{3}\right)^2\times\sqrt{3}$
$B = 24\times 3\times\sqrt{3}$

$\boxed{B = 72\sqrt{3}}$

▶**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(3\sqrt{7} - 4\sqrt{6}\right)^2$
$C = \left(3\sqrt{7}\right)^2 - 2\times 3\sqrt{7}\times 4\sqrt{6} + \left(4\sqrt{6}\right)^2$
$C = 9\times 7 - 24\sqrt{42} + 16\times 6$

$\boxed{C = 159 - 24\sqrt{42}}$

$D = \left(3\sqrt{7} + \sqrt{6}\right)^2$
$D = \left(3\sqrt{7}\right)^2 + 2\times 3\sqrt{7}\times\sqrt{6} + \sqrt{6}^2$
$D = 9\times 7 + 6\sqrt{42} + 1\times 6$

$\boxed{D = 69 + 6\sqrt{42}}$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(3 - 4\sqrt{3}\right)\left(3 + 4\sqrt{3}\right)$
$E = 3^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2$
$E = 9 - 16\times 3$

$\boxed{E = -39}$

$F = \dfrac{24\sqrt{90}}{9\sqrt{160}}$
$F = \dfrac{24\times\sqrt{9}\times\cancel{\sqrt{10}}}{9\times\sqrt{16}\times\cancel{\sqrt{10}}}$
$F = \dfrac{24\times 3}{9\times 4}$

$\boxed{F = 2}$

Corrigé de l'exercice 6

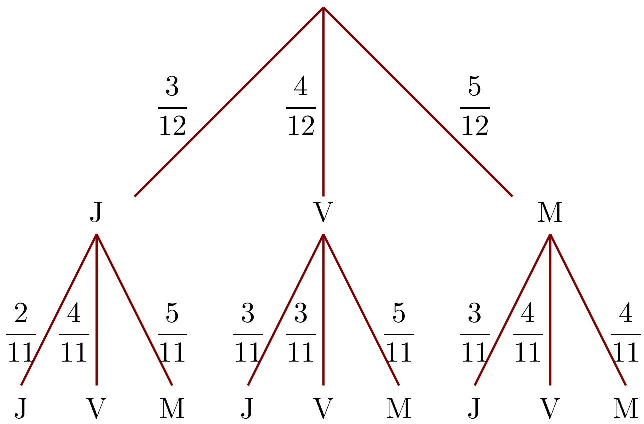
Dans une urne, il y a 3 boules jaunes (J), 4 boules vertes (V) et 5 boules marrons (M), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules.

▶1. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte au premier tirage ?

Il y a 12 boules dans l'urne dont 4 boules vertes.

La probabilité de tirer une boule verte au premier tirage est donc $\dfrac{4}{12}$.

▶2. Construire un arbre des probabilités décrivant l'expérience aléatoire.



▶3. Quelle est la probabilité que la première boule soit marron et la deuxième soit verte ?

On utilise l'arbre construit précédemment.

$p(M,V) = \dfrac{5}{12} \times \dfrac{4}{11} = \dfrac{20}{132}$

La probabilité que la première boule soit marron et la deuxième soit verte est égale à $\dfrac{20}{132}$.

▶4. Quelle est la probabilité que la deuxième boule soit jaune ?

On note (?, J) l'évènement : la deuxième boule tirée est jaune.

$p(?,J) = p(J,J) + p(V,J) + p(M,J,) = \dfrac{3}{12} \times \dfrac{2}{11} + \dfrac{4}{12} \times \dfrac{3}{11} + \dfrac{5}{12} \times \dfrac{3}{11} = \dfrac{33}{132}$