∽ Corrigé du baccalauréat Terminale ES/L ∽
Nouvelle – Calédonie 2 décembre 2020

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. Réponse b **2. Réponse d** **3. Réponse c** **4. réponse c** **5. réponse d**

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. $T = \dfrac{66-45}{45} = \dfrac{7}{15} \approx 0,47 = \boxed{47\ \%}$
2. $c_1 = 1,28 \times 66 + 250,6 = 335,08$

   $c_2 = 1,28 \times 335,08 + 250,6 = 679,502\,4$

   Le chiffre d'affaire en 2020 est 679,5 millions de dollars.
3. **a.**

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= c_{n+1} + 895 \\ &= 1,28c_n + 250,6 + 895 \\ &= 1,28c_n + 1\,145,6 \\ &= 1,28\,(c_n + 895) \\ &= 1,28v_n \end{aligned}$$

   La suite (v_n) est donc une suite géométrique de raison $q = 1,28$ et de premier terme v_0 avec : $v_0 = c_0 + 895 = 66 + 895 = 961$.

   b. Puisque (v_n) est une suite géométrique de raison 1,28 et de premier terme $v_0 = 961$, on a : $\boxed{v_n = 961 \times 1,28^n}$

   c. On sait que $v_n = c_n + 895$, donc $c_n = v_n - 895$. On a donc bien : $\boxed{c_n = 961 \times 1,28^n - 895}$
4. **a.**

Valeur de i		1	2	3	4
Valeur de c	66	335	680	1 120	1 685
Valeur de S	66	401	1 081	2 201	3 886

   b. D'après le tableau précédent, on a : $\boxed{S = 3\,886}$

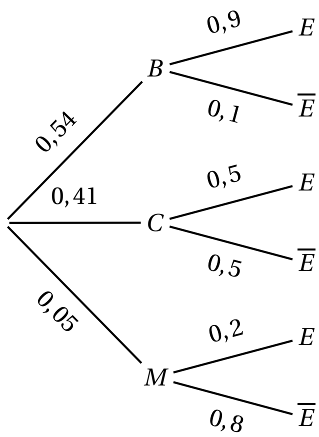
   c. Après quatre années le chiffre d'affaire total pour le jeu en ligne est 3 886 millions de dollars.

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ou candidats de L

Partie A

1.



2. $B \cap E$ est l'évènement « L'indice mesurant la qualité de l'air est bon et le groupe de cycliste s'entraîne ».

$P(B \cap E) = P(B) \times P_B(E) = 0,54 \times 0,9 = \boxed{0,486}$

3. Les évènements B, C et M forment une partition de l'univers, donc, d'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(E) &= P(B \cap E) + P(C \cap E) + P(M \cap E) = P(B) \times P_B(E) + P(C) \times P_C(E) + P(M) \times P_M(E) \\ &= 0,486 + 0,41 \times 0,5 + 0,05 \times 0,2 = 0,486 + 0,205 + 0,01 = \boxed{0,701} \end{aligned}$$

4. D'après la formule des probabilités conditionnelles, on a :

$$P_E(B) = \frac{P(B \cap E)}{P(E)} = \frac{0,486}{0,701} \approx \boxed{0,693}$$

Partie B

1. L'expérience consiste à répéter <u>5</u> fois de manière indépendante une même épreuve ayant deux issues possibles, le succès (le cycliste est équipé d'un masque) avec la probabilité <u>$p = 0,3$</u> et l'échec (le cycliste n'est pas équipé d'un masque) avec la probabilité $q = 1 - p = 0,7$. On a donc un schéma de Bernoulli.

La variable aléatoire X compte le nombre de succès, elle suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,3$.

$X \hookrightarrow \mathscr{B}(5\,;\,0,3)$

2. $P(X = 2) = \binom{5}{2} \times 0,3^2 \times 0,7^3 = \boxed{0{,}308\,7}$

3. $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{5}{0} \times 0,3^0 \times 0,7^5 = \boxed{0{,}831\,93}$

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. Le graphe est connexe car il ne comporte aucun sommet isolé (tous les sommets peuvent être reliés par une chaîne).

2. **a.** Pour qu'il existe un trajet empruntant toutes les routes une fois et une seule, il faut qu'il existe une chaîne eulérienne dans le graphe.

Sommet	D	E	F	G	H	I	J	S
Degré	2	4	5	3	4	4	4	2

D'après le théorème d'Euler, il existe une chaîne eulérienne dans un graphe connexe si le nombre de sommets de degré impair est 0 ou 2. Ici on a 2 sommets de degré impair (F et G), donc il existe bien une chaîne eulérienne dans ce graphe. Il existe donc un trajet empruntant une fois et une seule toutes les routes.

b. Pour déterminer un tel trajet, on utilise l'algorithme d'Euler :

Cycle	**Chaîne**
	F-E-G
E-D-H-E	F–**E-D-H-E**–G
H-I-G-F-S-J-H	F-E-D–**H-I-G-F-S-J-H**–E-G
J-I-F-J	F-E-D-H-I-G-F-S–**J-I-F-J**–H-E-G

Un trajet est donc **F-E-D-H-I-G-F-S-J-I-F-J-H-E-G**.

3. **a.** Partie manquante de M :

$$\boxed{\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}}$$

b. Pour déterminer le nombre d'itinéraires allant de D à F en empruntant 3 routes, il faut trouver le nombre de chaînes de longueur 3 reliant D à F dans le graphe. Le nombre de chaînes de longueur 3 est donné par les coefficients de la matrice M^3. Pour les chaînes reliant D à F on doit donc lire le coefficient de la 1re ligne et 3e colonne. $m_{1\,3} = 4$.

Il y a donc 4 itinéraires reliant D à F en empruntant 3 routes.

Ces itinéraires sont :

D-E-G-F ; **D-H-E-F** ; **D-H-I-F** ; **D-H-J-F**.

4. Pour déterminer le trajet minimal de D à S on utilise l'algorithme de Djikstra :

	D	E	F	G	H	I	J	S
Départ	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
D(0)		75_{D}	∞	∞	10_{D}	∞	∞	∞
H(10)		75_{D}	∞	∞		96_{H}	134_{H}	∞
E(75)			185_{E}	168_{E}		96_{H}	134_{H}	∞
I(96)			185_{E}	101_{I}			134_{H}	∞
G(101)			181_{G}				134_{H}	∞
J(134)			181_{G}					251_{J}
F(181)								240_{F}

Le trajet le plus rapide est donc **D-H-I-G-F-S** avec une durée de 240 min.

Exercice 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

1. Par lecture graphique on a $\boxed{f(1) = 3}$.

$f'(2)$ correspond au coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2. C'est une tangente horizontale, donc on a : $\boxed{f'(2) = 0}$

2. Pour résoudre l'équation $f(x) = 0$ on lit sur le graphique l'abscisse du point où $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses. On a : $\boxed{x \approx 6,1}$.

3. **a.** On veut l'aire du domaine du plan limité par l'axe des abscisse, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$. Par définition, on a : $\boxed{\mathscr{A} = \displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x}$.

b. Par lecture graphique on a : $\boxed{3 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 4}$.

Partie B

1. $f'(x) = 4 \times \dfrac{1}{x} + 0 - 2 = \dfrac{4}{x} - \dfrac{2x}{x} = \dfrac{4 - 2x}{x} = \boxed{\dfrac{2(2-x)}{x}}$

2. **a.** Sur $[0,5\,;\,9]$ on a $x > 0$, donc $f'(x)$ est du signe de $2(2-x)$.

$2 - x \geqslant 0 \iff x \leqslant 2$

$f'(x)$ est positif sur $[0,5\,;\,2]$ et négatif sur $[2\,;\,9]$.

b.

[lgt=3,espcl=4]x/1,Signe de $f'(x)$/1,Variations de f/30,5,2,9 ,+,z,-,
-/$4 - 4\ln 2$,+/$4\ln 2 + 1$,-/$4\ln 9 - 13$

3. **a.** Sur l'intervalle $[0,5\,;\,2]$ f est strictement croissante et $f(0,5) > 0$, donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution.

Sur l'intervalle $[2\,;\,9]$, la fonction f est continue et strictement décroissante, avec $f(2) > 0$ et $f(9) < 0$, donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α.

b. À l'aide de la calculatrice, on a $\boxed{6,12 \leqslant \alpha \leqslant 6,13}$.

4. **a.** $F'(x) = -2x + 4 \times \ln x + 4x \times \dfrac{1}{x} + 1 = -2x + 4\ln x + 4 + 1 = 4\ln x + 5 - 2x = f(x)$.

Puisque $F'(x) = f(x)$, F est bien une primitive de f.

b. $\mathscr{A} = \displaystyle\int_1^2 f(x)\,dx = F(2) - F(1) = -4 + 8\ln 2 + 2 - (-1 + 4\ln 1 + 1)$

$= \boxed{8\ln 2 - 2 \text{ u.a.} \approx 3,55 \text{ u.a.}}$