Eléments du corrigé du devoir commun de SECONDE

Exercice 1 :

Il suffit d'utiliser la propriété du cours, M(x, y) et O(0 ; 0) donc dans le repère orthonormé du plan (O ; I ; J) on a : $OM^2 = \sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2} = \sqrt{x^2+y^2}$

Exercice 2 :

* On choisit un nombre	**5**	**8**	**-4**
* On enlève 1	**5-1 = 4**	**8-1 = 7**	**-4-1= - 5**
* On prend le carré du résultat	**4^2 = 16**	**7^2 = 49**	**$(-5)^2$ = 25**
* On ajoute le double du nombre de départ	**16+2×5 = 26**	**49+2×8 = 65**	**25+2×(-4)=17**
* On enlève 1	**26-1 = 25**	**65-1 = 64**	**17-1 = 16**
Résultat final	***25***	***64***	***16***

2°) Il semble que le résultat fourni par cet algorithme soit le carré du nombre choisi au départ.

3°) Soit x un nombre quelconque choisi au départ.

* On choisit un nombre	$\boldsymbol{x}$
* On enlève 1	$\boldsymbol{x - 1}$
* On prend le carré du résultat	$(\boldsymbol{x - 1})^2$
* On ajoute le double du nombre de départ	$(\boldsymbol{x - 1})^2 + \boldsymbol{2 \times x}$
* On enlève 1	$(\boldsymbol{x - 1})^2 + \boldsymbol{2 \times x - 1}$
Résultat final	$(\boldsymbol{x - 1})^2 + \boldsymbol{2x - 1}$

Le résultat final est : $\boldsymbol{x - 1\ ^{2} + 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 + 2x - 1 = x^2}$
Ainsi pour un nombre quelconque de départ : x le résultat fourni par l'algorithme est bien son carré : x^2

EXERCICE 3 :

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J) , on considère les points A(-4 ; -2) ; B(– 1 ; 2) et C(3;-1)

1. Placer les points A;B et D dans le repère en annexe.

2. Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AC].

Si M est le milieu [AC] alors $M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ après calcul on trouve M(-0,5;-1,5)

3. Construire sur le repère D le symétrique de B par rapport à M.(règle et compas)

4. Calculer les coordonnées de D.

Si D est le symétrique de B par rapport à M alors M est le milieu de [BD]. Donc déterminer les coordonnées de D revient à résoudre les 2 équations suivantes :

$-0,5=\frac{-1+x_D}{2}$ et $-1,5=\frac{2+y_D}{2}$ après résolution on trouve D(0;-5)

5. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD. Justifier.

Conjecture sur le graphique : il semble que ADBE soit un carré.

Montrons en premier que ADBE est un parallélogramme.

On sait que M est le milieu de [AC] d'après l'énoncé.

On sait que D est le symétrique de B par rapport à M. Donc M est le milieu de [BD].

Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu M. Donc ABCD est un parallélogramme.

Montrons dans un deuxième temps que le parallélogramme ABCD a ses diagonales de même longueur :

AC= $\sqrt{(\boldsymbol{x_C}-\boldsymbol{x_A})^2+(\boldsymbol{y_C}-\boldsymbol{y_A})^2}$ = $\sqrt{(3-(-4))^2+(-1-(-2))^2}=\sqrt{49+1}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

BD= $\sqrt{(0-(-1))^2+(-5-2)^2}=\sqrt{1+49}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

Donc AC=BD donc les diagonales du parallélogramme ABCD ont même longueur.

Donc ABCD est un rectangle.

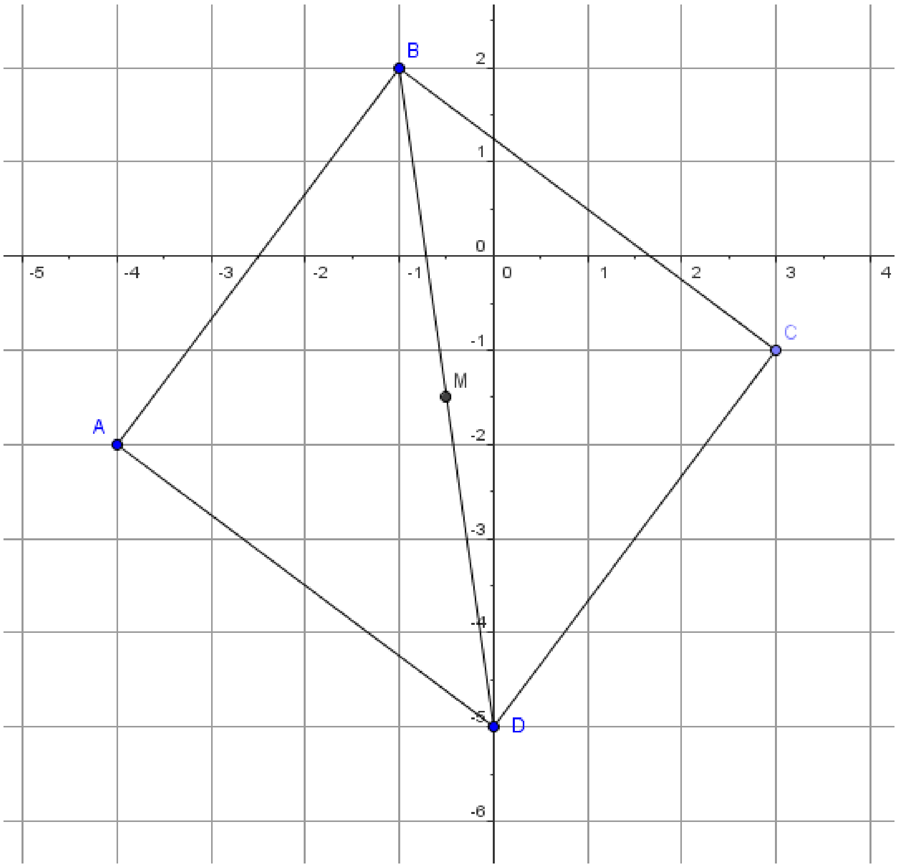
Et pour finir, montrons que le parallélogramme ABCD est un losange. Pour cela on montre que 2 cotés consécutifs ont la même longueur :

AB= $\sqrt{(-1-(-4))^2+(2-(-2))^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

BC = $\sqrt{(3-(-1))^2+(-1-(2))^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

Donc AB=BC, donc ABCD est un losange.

ABCD est à la fois un rectangle et un losange donc c'est un carré.



EXERCICE 4 : (2 points)   Vrai – Faux ?

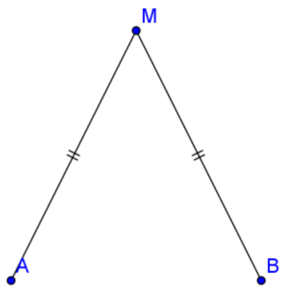
Préciser pour chaque affirmation suivante si elle est **vraie ou fausse**. **On justifiera soigneusement**.

1) Si $x > 0$, Alors $x \in \ 1; +\infty$.

   C'est faux, on peut donner un contre-exemple : prenons $x = 0{,}5$, on a bien $x > 0$ mais x n'appartientpas à l'intervalle $1; +\infty$.

2) Si AM = MB, Alors M est le milieu de [AB].

   C'est faux, cette figure codée est un contre-exemple :



Exercice 5 :

Partie A : Lire graphiquement : ***Pour chaque question, on justifiera la lecture avec des traits dessinés sur le graphique.***

1. L'aire de la surface quand la hauteur de vin dans le verre est 3cm est de environ 65 cm².
2. Les hauteurs de vin permettant d'obtenir une surface de 70 cm² sont environ 3,4 cm et 6,7 cm.
3. La fonction ***f*** est définie sur [0 ; 8].
4. L'image de 6 par la fonction ***f*** est environ 7,5 ; $f(6) \approx 7{,}5$.
5. Les antécédents de 6 par la fonction ***f*** sont environ 2,6 et 7,4.

Partie B : Déterminer par le calcul.

On donne l'expression de la fonction ***f* : *f(x)* = *π(x – 0,1x²)*.**

6. $f(2) = \pi(2 - 0{,}1 \times 2^2) = \pi(2 - 0{,}4) = 1{,}6\pi$

7. Dans le menu tableur de la calculatrice, on commence par rentrer l'expression algébrique de la fonction :

$Y_1 : \pi \times (\mathrm{X} - 0{,}1\,\mathrm{X}^2)$. Puis on rentre dans le menu RANGE pour régler les paramètres de la table : on choisit :

Début : 0

Fin : 8

Pas :1

On obtient en partie la table :

X	Y1
2	5,0265
3	6,5973
4	7,5398
5	7,8539
6	7,5398
7	6,5973

Ainsi les hauteurs de vin permettant d'obtenir une surface de 70 cm² se trouvent l'une entre 3 et 4 soit par exemple environ 3,5 cm et l'autre entre 6 et 7 soit environ 6,5 cm.

Si l'on souhaite des valeurs approchées plus précises, on peut retourner dans le menu RANGE, afin de changer le pas, on peut prendre par exemple un pas de 0,1.

Exercice 6 :

Voilà certaines solutions auxquelles nous avons pensé, il peut y en avoir d'autres.

<u>Réponse 1</u> :

Dans un carré, les diagonales se coupent en leur milieu, sont de même longueur et perpendiculaires.

Dans la symétrie d'axe (BD), A est transformé en C, B est invariant, donc [AB] est transformé en [CB].

De plus, M est un point de [AB], et est situé à la distance AM de A.

On sait que la symétrie axiale conserve les longueurs.

Donc, son image par la symétrie d'axe (BD) est le point de [CB] (image de [AB]) situé à la distance AM (=CN) du point C (image de A) : C'est par définition le point N.

Donc N symétrique de M ans la symétrie d'axe (BD), et O est un point de (BD),

Donc OM = ON.

<u>Réponse 2</u> :

On peut introduire un repère (A,AB,AD), orthonormé car ABCD est un carré.

Dans ce repère, en posant AM = CN = x, on a :

A(0 ;0) B(1 ;0) C(1 ;1) D(0 ;1)   O(0,5 ;0,5)   M(x ;0)   N(1 ;1-x)

Il vient (formule du cours) : $OM^2 = (x-0,5)^2 + (0,5)^2 = x^2 - x + 0,5$

$ON^2 = (0,5 - 1)^2 + (0,5 - (1 - x))^2 = 0,25 + (-0,5 + x)^2 = x^2 - x + 0,5$

Donc $OM^2 = ON^2$ donc OM = ON (ce sont des longueurs, donc des nombres positifs)

Réponse 3 :

Ce qui suit a été tenté par de nombreux élèves, mais de manière incomplète et sans posséder le théorème qui aurait permis de conclure.

Les triangles OAM et OCN ont 3 choses en commun :

La longueur d'un côté car OA = OC (diagonales de même milieu)

La longueur d'un autre côté car AM = CN (données)

L'angle entre les deux : OAM = OCN = 45° (une diagonale du carré est bissectrice de l'angle droit).

Donc ces triangles sont superposables (théorème manquant) donc OM = ON.