

Contrôle de Mathématiques

La notation sera également déterminée par la qualité et la clarté de votre travail.

Exercice 1 :

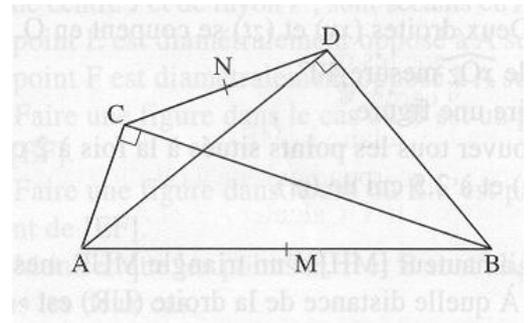
- 1) Tracer un rectangle ABCD de centre O.
La médiatrice du segment [AC] coupe la droite (AB) en I et la droite (BC) en J.
Les droites (AJ) et (CI) sont sécantes au point K.
- 2) Que représente le point I pour le triangle ACJ ? Justifier la réponse.
- 3) Que peut-on en déduire concernant les droites (AJ) et (CI) ? Justifier la réponse.
- 4) Démontrer que les points A, B, C, D et K appartiennent à un même cercle que l'on précisera.

Exercice 2 :

Dans la figure ci-contre, les triangles ACB et ADB sont des triangles rectangles.

Le point N est le milieu de [CD] et le point M est le milieu de [AB].

- 1) Démontrer que le triangle MCD est un triangle isocèle en M.
- 2) Démontrer que la droite (MN) est la médiatrice du segment [CD].

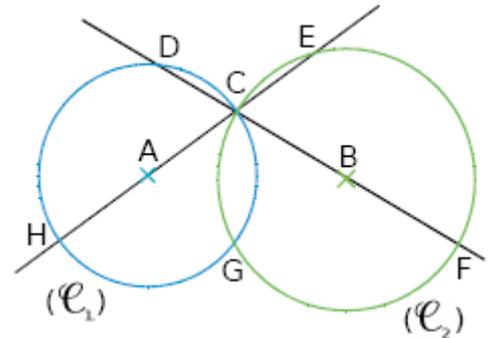
**Exercice 3 :**

On considère deux cercles (C_1) et (C_2) de centres respectifs A et B.

Les points C et G sont leurs deux points d'intersection.

La droite (AC) recoupe le cercle (C_1) en H et le cercle (C_2) en E.

La droite (BC) recoupe le cercle (C_1) en D et le cercle (C_2) en F.



- 1) Démontrer que les droites (HG) et (GC) sont perpendiculaires.
De même, que peut-on dire des droites (GF) et (GC) ?
- 2) Démontrer que les points H, G, F sont alignés.
- 3) Quelle est la nature du triangle HDF. Justifier.
- 4) Démontrer que les points D, E, F, H sont cocycliques c'est-à-dire situés sur un même cercle (dont on précisera un diamètre)

Exercice 1 :

- 1) Tracer un rectangle ABCD de centre O.

La médiatrice du segment [AC] coupe la droite (AB) en I et la droite (BC) en J.

Les droites (AJ) et (CI) sont sécantes au point K.

- 2)
- On sait que**
- ABCD est un rectangle.

Propriété : Un rectangle possède 4 angles droits.

Donc $(AB) \perp (CJ)$ et (AI) est une hauteur du triangle ACJ.

On sait que (IJ) est la médiatrice de [AC].

Donc $(IJ) \perp (AC)$ et (IJ) est une hauteur du triangle ACJ.

On sait que (AI) et (IJ) sont deux hauteurs du triangle ACJ.

Propriété : Les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Donc I est le point d'intersection des hauteurs du triangle ACJ.

- 3)
- On sait que**
- I est le point d'intersection des hauteurs du triangle ACJ. D

Donc (CI) est une hauteur du triangle ACJ et $(AJ) \perp (CI)$

- 4)
- On sait que**
- ABCD est un rectangle.

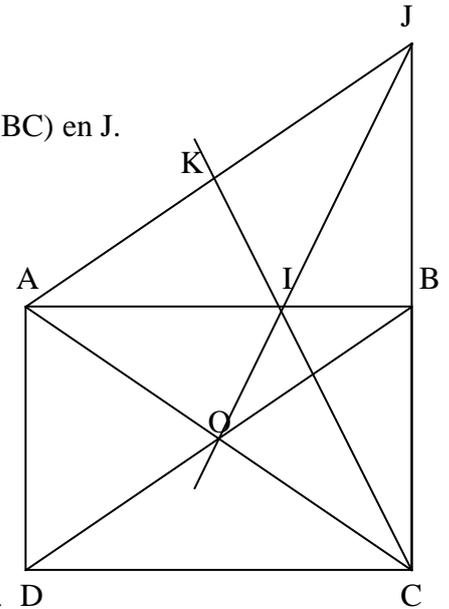
Propriété : Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu..

Donc $OA = OB = OC = OD$: les points A, B, C, D sont sur un cercle de centre O de diamètre [AC].

On sait que $(AJ) \perp (CI)$ ce qui signifie que le triangle AKC est rectangle en K.

Propriété : Si un triangle est rectangle, le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.

Donc les points A, K, C sont sur le même cercle de centre O et de diamètre [AC].

**Exercice 2 :** N est le milieu de [CD] et M est le milieu de [AB].

- 1) Démontrer que le triangle MCD est un triangle isocèle en M.

On sait que ABC est rectangle en C.

Propriété : Si un triangle est rectangle, la médiane relative à son hypoténuse a pour longueur la moitié de la longueur de son hypoténuse.

$$\text{Donc } MC = \frac{1}{2} AB$$

On sait que ABD est rectangle en D.

Propriété : Si un triangle est rectangle, la médiane relative à son hypoténuse a pour longueur la moitié de la longueur de son hypoténuse.

$$\text{Donc } MD = \frac{1}{2} AB$$

On sait que $MC = MD = \frac{1}{2} AB$.

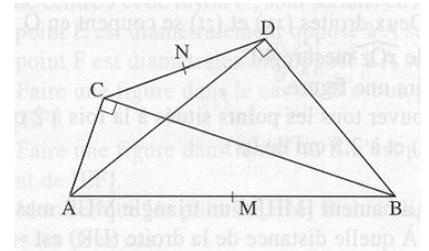
Propriété : Si un triangle possède deux côtés de même longueur, il est isocèle.

Donc le triangle MCD est isocèle en M.

- 2)
- On sait que**
- le triangle MCD est isocèle en M et N est le milieu de la base [CD].

Propriété : Si un triangle est isocèle, les droites remarquables (médianes, médiatrices, hauteurs, bissectrices) issues de son sommet principal sont toutes confondues et sont un axe de symétrie.

Donc la médiane [MN] est aussi la médiatrice du segment [CD].



Exercice 3 :

1) **On sait que** les points G, H et C sont sur un cercle de diamètre $[CH]$

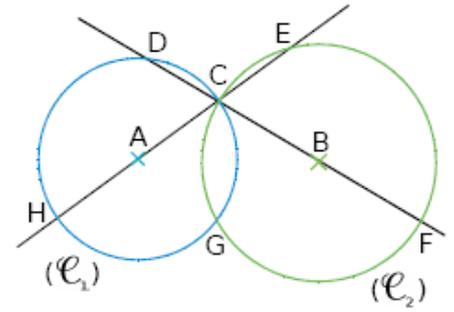
Propriété : Si trois points sont sur un cercle, et si deux de ces points forment un diamètre de ce cercle, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle CGH est rectangle en G et $(GH) \perp (GC)$.

On sait que les points G, F et C sont sur un cercle de diamètre $[CF]$

Propriété : Si trois points sont sur un cercle, et si deux de ces points forment un diamètre de ce cercle, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle CGF est rectangle en G et $(GF) \perp (GC)$.



2) **On sait que** $\angle HGC = 90^\circ$ et $\angle CGF = 90^\circ$ et les angles HGC et CGF sont adjacents.

Donc $\angle HGF = \angle HGC + \angle CGF = 90 + 90 = 180^\circ$: l'angle HGF est plat, donc les points H, G, F sont alignés.

3) **On sait que** les points C, D et H sont sur un cercle de diamètre $[CH]$.

Propriété : Si trois points sont sur un cercle, et si deux de ces points forment un diamètre de ce cercle, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle CDH est rectangle en D : $\angle HDC = \angle HDF = 90^\circ$: le triangle HDF est rectangle en D.

4) **On sait que** les points C, E et F sont sur un cercle de diamètre $[CF]$.

Propriété : Si trois points sont sur un cercle, et si deux de ces points forment un diamètre de ce cercle, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle CEF est rectangle en E : $\angle FEC = \angle FEH = 90^\circ$: le triangle EFH est rectangle en E.

On sait que le triangle HDF est rectangle en D.

Propriété : Si un triangle est rectangle, le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit ;

Donc les points H, D, F sont sur le cercle de diamètre $[HF]$.

On sait que le triangle EFH est rectangle en E.

Propriété : Si un triangle est rectangle, le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit ;

Donc les points H, E, F sont sur le cercle de diamètre $[HF]$.

DONC les points H, D, E, F sont sur le même cercle de diamètre $[HF]$.