Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2
série technologique e3c Corrigé du n° 4 année 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

	Énoncé	Réponse
1.	Calculer $\dfrac{4}{5}+\dfrac{1}{2}$. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.	$\dfrac{4}{5}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{8}{10}+\dfrac{5}{10}=\dfrac{13}{10}$.
2.	Compléter avec les exposants qui conviennent :	$2^3 \times 10^5 = 2^8 \times 5^5$
3.	Compléter :	Augmenter de 3 % revient à multiplier par $1+\frac{3}{100}=1+0,03=1,03$.
4.	Une table coûte 289 €. Quel est son prix après une remise de 20 % ?	Enlever 20 % revient à multiplier par $1-\frac{20}{100}=1-0,20=0,80$. Le nouveau prix est $289\times 0,80 = 231,2$, soit 231,20 €.
5.	Un canapé coûte 405,30 € après une remise de 30 %. Quel était son prix avant la remise ?	Enlever 30 % revient à multiplier par $1-\frac{30}{100}=1-0,30=0,70$. Si x est l'ancien prix, on a $x\times 0,7 = 405,3$, soit $x=\dfrac{405,3}{0,7}=579$ (€).
6.	Comparer 0,75 et $\dfrac{3}{5}$.	$\dfrac{3}{5}=\dfrac{6}{10}=0,6$, donc $\dfrac{3}{5}<0,75$.
7.	Résoudre l'équation $x^2=2$.	On a $x^2-2=0$, soit $\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)=0$. $S=\left\{-\sqrt{2}\,;\,\sqrt{2}\right\}$.
8.	Compléter le tableau de signes de $(2-x)(3x+1)$	<table><tr><td>x</td><td>$-\frac{1}{3}$ 2</td></tr><tr><td>$(2-x)(3x+1)$</td><td>$-$ 0 $+$ 0 $-$</td></tr></table>
9.	Déterminer l'équation réduite de la droite passant par les points A(1 ; 3) et B(5 ; 5).	Si l'équation est $y=ax+b$, on doit avoir : $\begin{cases} 3 &= a+b \\ 5 &= 5a+b \end{cases}$ qui donne par différence $2=4a$, soit $a=0,5$, d'où $b=2,5$. L'équation est donc $y=0,5x+2,5$.
10.	Factoriser l'expression : $(x-5)(x+1)-3(x-5)$.	$(x-5)(x+1)-3(x-5)=(x-5)[x+1-3]=(x-5)(x-2)$.

PARTIE II

Calculatrice autorisée

Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

Suite à une épidémie dans une région, le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est modélisé par

$$f(t)=45t^2-t^3 \text{ pour tout } t \text{ appartenant à } [0\ ;\ 45].$$

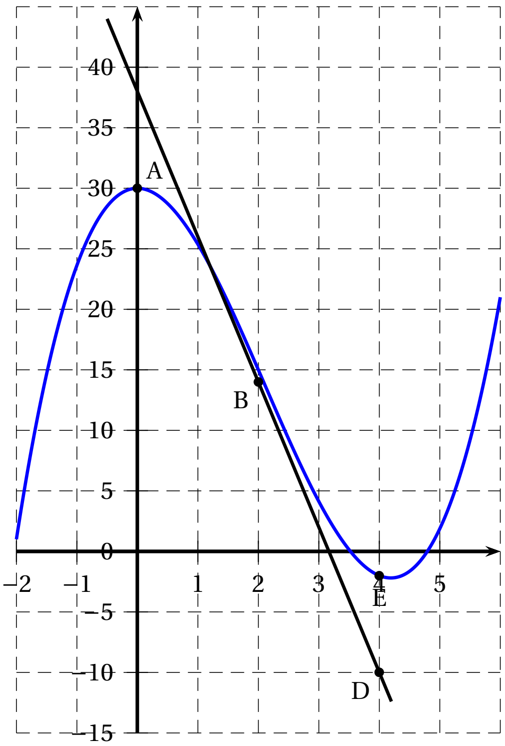
1. Déterminer le nombre de personnes malades prévu par ce modèle au bout de 20 jours.
   On a $f(20) = 45^2 - 20^3 = 10\,000$.
2. Montrer que, pour tout t appartenant à $[0\,;45]$, $f'(t) = 3t(30 - t)$.
   $f'(t) = 2 \times 45t - 3y^2 = 2 \times 3 \times 15t - 3t^2 = 3t(30 - t)$.
3. Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0\,;45]$.
   Comme $3 > 0$, le signe de $f'(t)$ est celui de $t(30 - t)$.
   Or $t(30 - t) < 0$, sauf sur $]0\,;\,30[$ et $f'(0) = f'(30) = 0$.
4. Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;45]$.
   Du résultat précédent on en déduit que la fonction est décroissante sauf sur l'intervalle $[0\,;30]$.
   On a $f(0) = 0$, $f(30) = 13\,500$ et $f(45) = 0$.

x	0		30		45
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	↗	$13\,500$	↘	0

5. Déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 45 jours et préciser le nombre de personnes malades ce jour-là.
   Le nombre est maximal quand la dérivée s'annule, soit si $x = 30$ et le nombre maximal de malades est donc $f(30) = 13\,500$.

Exercice 3 **5 points**

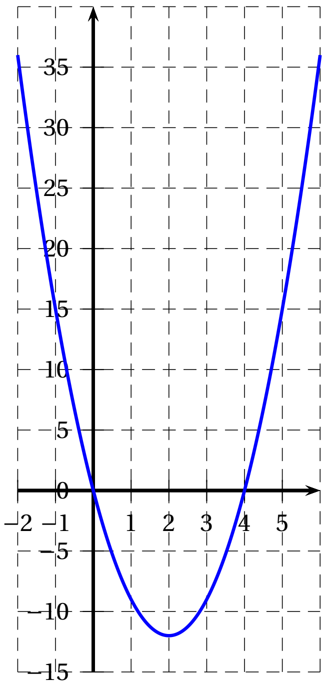
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;\,6]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-contre.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;\,6]$.
On considère les points A$(0;\,30)$, B$(2;\,14)$, D$(4\,;\,-10)$ et E$(4\,;\,-2)$. A, B et E sont trois points de la courbe $\mathscr{C}_f$.
La droite (BD) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B. Les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points A et E sont parallèles à l'axe des abscisses.



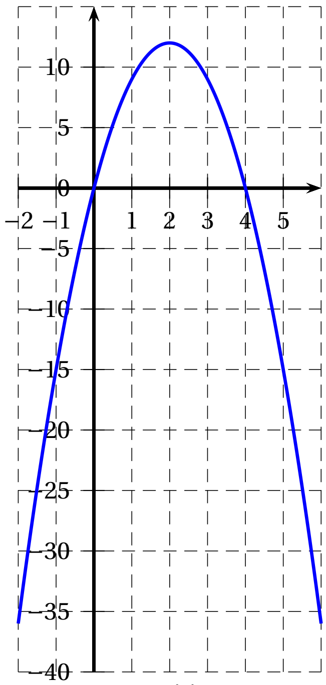
1. À l'aide des informations précédentes, recopier sur votre feuille le tableau ci- dessous en le complétant :

x	-2		0		4		6
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	-2	↗	30	↘	-2	↗	21

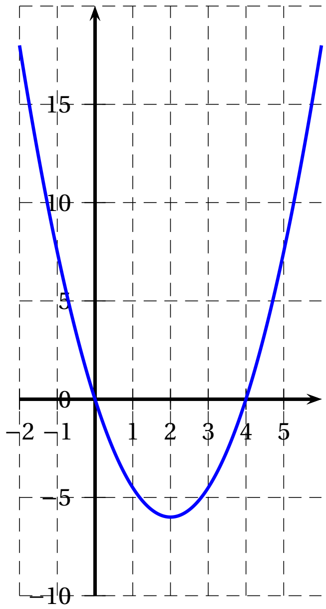
2. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
   Il y a deux solutions.
3. Lire graphiquement la valeur de $f'(2)$.
   Pour un déplacement en abscisses de 2 le déplacement en ordonnées est $-10 - 14 = -24$.
   On a donc $f'(2) = \dfrac{124}{2} = -12$.
4. Parmi les courbes suivantes, une seule représente la fonction dérivée f'. Laquelle ?
   Justifier la réponse.



Proposition 1



Proposition 2



Proposition 3

La fonction f' est positive sur $[-2 ; 0]$ ce qui élimine la proposition 2 et d'après la question précédente $f'(2) = -14$ e qui élimine la Proposition 3

5. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 5.
   On lit approximativement $f(5) = 2$ et on a $f'(5) = 15$ (première courbe de la question 4.)
   Une équation de la tangente est donc : $y - 2 = 15(x - 5)$, soit $y = 2 + 15x - 75$ ou enfin $y = 15x - 73$.

Exercice 4 **5 points**

Plusieurs fois par jour, un auxiliaire de puériculture change le nourrisson dont il a la charge en choisissant une couche au hasard, puis prépare un biberon, en utilisant un lait qu'il choisit au hasard également. Le stock de couches est composé de :

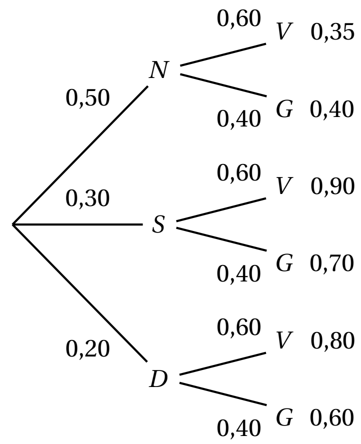
- 50 % de couches de la marque Nouvonez à 0,25 € l'unité ;
- 30 % de couches de la marque Supersec à 0,35 € l'unité ;
- 20 % de couches de la marque distributeur à 0,15 € l'unité.

Dans le placard de la cuisine, l'auxiliaire de puériculture dispose de :

- 60 % de lait Vitamax (le coût du biberon est alors de 0,10 €) ;
- 40 % de lait Grandivit (le coût du biberon est alors de 0,15 €).

Dans tout l'exercice, on appelle séquence l'action de changer le nourrisson, puis de lui donner un biberon.

1. Construire un arbre illustrant cette séquence.
   Avec des notations évidentes :



2. Calculer la probabilité que, lors d'une séquence, l'auxiliaire de puériculture utilise une couche Nouvonez et le lait Grandivit. Quel est alors le coût d'une telle séquence ?

On a $P(N \cap G) = 0,5 \times 0,4 = 0,2$.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque séquence, associe son coût en euro.

3. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Loi de probabilité de la variable X :

X	0,35	0,40	0,60	0,70	0,80	0,90
$P(X = \ldots)$	0,3	0,2	0,08	0,12	0,12	0,18

4. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

On a $E(X) = 0,35 \times 0,3 + 0,4 \times 0,2 + 0,6 \times 0,08 + 0,7 \times 0,12 + 0,8 \times 0,12 + 0,9 \times 0,18 =$

$0,12 + 0,08 + 0,048 + 0,084 + 0,096 + 0,162 = 0,59$ (€).

Cela signifie que sur un grand nombre de séquences le coût par séquence sera en moyenne de 0,59 €.

On admet que la probabilité que l'auxiliaire de puériculture utilise la séquence la moins chère est égale à 0,12. L'auxiliaire de puériculture change et nourrit le nourrisson quatre fois au cours d'une même journée.

5. Quelle est la probabilité qu'au cours d'une journée l'auxiliaire de puériculture utilise quatre fois la séquence la moins chère pour ce nourrisson ?

La probabilité est égale à $0,12^4 = 0,000\,207\,36 \approx 0,000\,2$