Corrigé de l'exercice 1

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 2x^2 + 5x$$
$$= x \times (2x + 5)$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{\dfrac{-5}{2}}$

$$Q(x) = 81x^2 - 1$$
$$= \left(\sqrt{81}\,x\right)^2 - \left(\sqrt{1}\right)^2$$
$$= \left(\sqrt{81}\,x\sqrt{1}\right) \times \left(\sqrt{81}\,x - \left(\sqrt{1}\right)\right)$$
$$= (9x + 1) \times (9x - 1)$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-1}{9}}$ et $\boxed{\dfrac{1}{9}}$

$R(x) = -x^2 + 12x - 9$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = -1$, $b = 12$ et $c = -9$:

$$\Delta = 12^2 - 4 \times (-1) \times (-9)$$
$$\Delta = 144 - 36$$
$$\Delta = 108$$

$$x_1 = \frac{-12 - \sqrt{108}}{2 \times (-1)} \qquad x_2 = \frac{-12 + \sqrt{108}}{2 \times (-1)}$$
$$x_1 = \frac{-12 - \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{-2} \qquad x_2 = \frac{-12 + \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{-2}$$
$$x_1 = \frac{\left(6 + 3\sqrt{3}\right) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \qquad x_2 = \frac{\left(6 - 3\sqrt{3}\right) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$$
$$x_1 = 6 + 3\sqrt{3} \qquad x_2 = 6 - 3\sqrt{3}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{6 + 3\sqrt{3}}$ et $\boxed{6 - 3\sqrt{3}}$

Corrigé de l'exercice 2

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 6x^2 + 4x$$
$$= 2x \times (3x + 2)$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{\dfrac{-2}{3}}$

$$R(x) = 4x^2 + 4x + 1$$
$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2$$
$$= (2x + 1)^2$$

L'unique racine de $R(x)$ est $\boxed{\dfrac{-1}{2}}$

$Q(x) = -x^2 - 8x - 7$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = -1$, $b = -8$ et $c = -7$:

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times (-1) \times (-7)$$
$$\Delta = 64 - 28$$
$$\Delta = 36$$

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{36}}{2 \times (-1)} \qquad x_2 = \frac{8 + \sqrt{36}}{2 \times (-1)}$$
$$x_1 = \frac{8 - 6}{-2} \qquad x_2 = \frac{8 + 6}{-2}$$
$$x_1 = \frac{-1 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \qquad x_2 = \frac{-7 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$$
$$x_1 = -1 \qquad x_2 = -7$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{-1}$ et $\boxed{-7}$

Corrigé de l'exercice 3

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 49\,x^2 - 36 \\ &= \left(\sqrt{49}\,x\right)^2 - \left(\sqrt{36}\right)^2 \\ &= \left(\sqrt{49}\,x\sqrt{36}\right) \times \left(\sqrt{49}\,x - \left(\sqrt{36}\right)\right) \\ &= (7\,x+6) \times (7\,x-6) \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-6}{7}}$ et $\boxed{\dfrac{6}{7}}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 36\,x^2 - 72\,x + 36 \\ &= (6\,x)^2 - 2 \times 6\,x \times 6 + 6^2 \\ &= (6\,x-6)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{1}$

$R(x) = x^2 - 6\,x + 6$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = -6$ et $c = 6$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-6)^2 - 4 \times 1 \times 6 \\ \Delta &= 36 - 24 \\ \Delta &= 12 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{6-\sqrt{12}}{2\times 1} \qquad x_2 = \frac{6+\sqrt{12}}{2\times 1}$$
$$x_1 = \frac{6-\sqrt{4}\times\sqrt{3}}{2} \qquad x_2 = \frac{6+\sqrt{4}\times\sqrt{3}}{2}$$
$$x_1 = \frac{\left(3-\sqrt{3}\right)\times \cancel{2}}{1\times\cancel{2}} \qquad x_2 = \frac{\left(3+\sqrt{3}\right)\times \cancel{2}}{1\times\cancel{2}}$$
$$x_1 = 3-\sqrt{3} \qquad x_2 = 3+\sqrt{3}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{3-\sqrt{3}}$ et $\boxed{3+\sqrt{3}}$

Corrigé de l'exercice 4

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 36\,x^2 + 12\,x + 1 \\ &= (6\,x)^2 + 2 \times 6\,x \times 1 + 1^2 \\ &= (6\,x+1)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $P(x)$ est $\boxed{\dfrac{-1}{6}}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 3\,x^2 - 7 \\ &= \left(\sqrt{3}\,x\right)^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2 \\ &= \left(\sqrt{3}\,x\sqrt{7}\right) \times \left(\sqrt{3}\,x - \left(\sqrt{7}\right)\right) \\ &= \left(\sqrt{3}\,x+\sqrt{7}\right) \times \left(\sqrt{3}\,x-\sqrt{7}\right) \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-\sqrt{7}}{\sqrt{3}}}$ et $\boxed{\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}}$

$R(x) = x^2 - 2\,x - 3$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = -2$ et $c = -3$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) \\ \Delta &= 4 - (-12) \\ \Delta &= 16 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{2-\sqrt{16}}{2\times 1} \qquad x_2 = \frac{2+\sqrt{16}}{2\times 1}$$
$$x_1 = \frac{2-4}{2} \qquad x_2 = \frac{2+4}{2}$$
$$x_1 = \frac{-1\times\cancel{2}}{1\times\cancel{2}} \qquad x_2 = \frac{3\times\cancel{2}}{1\times\cancel{2}}$$
$$x_1 = -1 \qquad x_2 = 3$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{-1}$ et $\boxed{3}$

Corrigé de l'exercice 5

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 64\,x^2 - 128\,x + 64 \\ &= (8\,x)^2 - 2\times 8\,x \times 8 + 8^2 \\ &= (8\,x - 8)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $P(x)$ est $\boxed{1}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 9\,x^2 - 49 \\ &= \left(\sqrt{9}\,x\right)^2 - \left(\sqrt{49}\right)^2 \\ &= \left(\sqrt{9}\,x\sqrt{49}\right) \times \left(\sqrt{9}\,x - \left(\sqrt{49}\right)\right) \\ &= (3\,x + 7) \times (3\,x - 7) \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-7}{3}}$ et $\boxed{\dfrac{7}{3}}$

$R(x) = x^2 + 6\,x + 7$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = 6$ et $c = 7$:

$$\begin{aligned} \Delta &= 6^2 - 4\times 1\times 7 \\ \Delta &= 36 - 28 \\ \Delta &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-6-\sqrt{8}}{2\times 1} \\ x_1 &= \frac{-6-\sqrt{4}\times\sqrt{2}}{2} \\ x_1 &= \frac{\left(-3-\sqrt{2}\right)\times \cancel{2}}{1\times\cancel{2}} \\ x_1 &= -3-\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-6+\sqrt{8}}{2\times 1} \\ x_2 &= \frac{-6+\sqrt{4}\times\sqrt{2}}{2} \\ x_2 &= \frac{\left(-3+\sqrt{2}\right)\times \cancel{2}}{1\times\cancel{2}} \\ x_2 &= -3+\sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{-3-\sqrt{2}}$ et $\boxed{-3+\sqrt{2}}$

Corrigé de l'exercice 6

Déterminer les racines des polynômes :
$P(x) = -x^2 - 10\,x - 9$ On calcule le discriminant de $P(x)$ avec $a = -1$, $b = -10$ et $c = -9$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-10)^2 - 4\times(-1)\times(-9) \\ \Delta &= 100 - 36 \\ \Delta &= 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{10-\sqrt{64}}{2\times(-1)} \\ x_1 &= \frac{10-8}{-2} \\ x_1 &= \frac{-1\times\cancel{(-2)}}{1\times\cancel{(-2)}} \\ x_1 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{10+\sqrt{64}}{2\times(-1)} \\ x_2 &= \frac{10+8}{-2} \\ x_2 &= \frac{-9\times\cancel{(-2)}}{1\times\cancel{(-2)}} \\ x_2 &= -9 \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{-1}$ et $\boxed{-9}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 9\,x^2 + 48\,x + 64 \\ &= (3\,x)^2 + 2\times 3\,x\times 8 + 8^2 \\ &= (3\,x + 8)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{\dfrac{-8}{3}}$

$$\begin{aligned} R(x) &= -5\,x^2 + 1 \\ &= \left(\sqrt{1}\right)^2 - \left(\sqrt{5}\,x\right)^2 \\ &= \left(\sqrt{1}\sqrt{5}\,x\right) \times \left(\sqrt{1} - \left(\sqrt{5}\,x\right)\right) \\ &= \left(\sqrt{5}\,x + 1\right) \times \left(1 - \left(\sqrt{5}\,x\right)\right) \\ &= \left(\sqrt{5}\,x + 1\right) \times \left(-\sqrt{5}\,x + 1\right) \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-1}{\sqrt{5}}}$ et $\boxed{\dfrac{1}{\sqrt{5}}}$