

Corrigé de l'exercice 1

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 81x^2 - 81$$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{81}x)^2 - (\sqrt{81})^2 \\ &= (\sqrt{81}x\sqrt{81}) \times (\sqrt{81}x - (\sqrt{81})) \\ &= (9x + 9) \times (9x - 9) \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont et

$$\begin{aligned} R(x) &= 81x^2 + 54x + 9 \\ &= (9x)^2 + 2 \times 9x \times 3 + 3^2 \\ &= (9x + 3)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $R(x)$ est

 $Q(x) = x^2 + 6x - 7$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = 1$, $b = 6$ et $c = -7$:

$$\begin{aligned} \Delta &= 6^2 - 4 \times 1 \times (-7) & x_1 &= \frac{-6 - \sqrt{64}}{2 \times 1} & x_2 &= \frac{-6 + \sqrt{64}}{2 \times 1} \\ \Delta &= 36 - (-28) & x_1 &= \frac{-6 - 8}{2} & x_2 &= \frac{-6 + 8}{2} \\ \Delta &= 64 & x_1 &= \frac{-7 \times 2}{1 \times 2} & x_2 &= 1 \\ & & x_1 &= -7 & & \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont et

Corrigé de l'exercice 2

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = -5x^2 - 5$$

$P(x) \leq -5$ car un carré est toujours positif.

$P(x)$ n'a donc pas de racine.

$$\begin{aligned} R(x) &= 9x^2 + 24x + 16 \\ &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2 \\ &= (3x + 4)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $R(x)$ est

 $Q(x) = x^2 - 6x + 5$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = 1$, $b = -6$ et $c = 5$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 & x_1 &= \frac{6 - \sqrt{16}}{2 \times 1} & x_2 &= \frac{6 + \sqrt{16}}{2 \times 1} \\ \Delta &= 36 - 20 & x_1 &= \frac{6 - 4}{2} & x_2 &= \frac{6 + 4}{2} \\ \Delta &= 16 & x_1 &= 1 & x_2 &= \frac{5 \times 2}{1 \times 2} \\ & & & & x_2 &= 5 \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont et

Corrigé de l'exercice 3

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned}
 P(x) &= 36x^2 - 25 \\
 &= (\sqrt{36}x)^2 - (\sqrt{25})^2 \\
 &= (\sqrt{36}x\sqrt{25}) \times (\sqrt{36}x - (\sqrt{25})) \\
 &= (6x + 5) \times (6x - 5)
 \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{\frac{-5}{6}}$ et $\boxed{\frac{5}{6}}$

$$\begin{aligned}
 R(x) &= -5x^2 + 1 \\
 &= (\sqrt{1})^2 - (\sqrt{5}x)^2 \\
 &= (\sqrt{1}\sqrt{5}x) \times (\sqrt{1} - (\sqrt{5}x)) \\
 &= (\sqrt{5}x + 1) \times (1 - (\sqrt{5}x)) \\
 &= (\sqrt{5}x + 1) \times (-\sqrt{5}x + 1)
 \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{\frac{-1}{\sqrt{5}}}$ et $\boxed{\frac{1}{\sqrt{5}}}$

$Q(x) = -x^2 + 2x + 1$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = -1$, $b = 2$ et $c = 1$:

$$\begin{aligned}
 \Delta &= 2^2 - 4 \times (-1) \times 1 \\
 \Delta &= 4 - (-4) \\
 \Delta &= 8 \\
 x_1 &= \frac{-2 - \sqrt{8}}{2 \times (-1)} \\
 x_1 &= \frac{-2 - \sqrt{4} \times \sqrt{2}}{-2} \\
 x_1 &= \frac{(1 + \sqrt{2}) \times (\cancel{-2})}{1 \times (\cancel{-2})} \\
 x_1 &= 1 + \sqrt{2} \\
 x_2 &= \frac{-2 + \sqrt{8}}{2 \times (-1)} \\
 x_2 &= \frac{-2 + \sqrt{4} \times \sqrt{2}}{-2} \\
 x_2 &= \frac{(1 - \sqrt{2}) \times (\cancel{-2})}{1 \times (\cancel{-2})} \\
 x_2 &= 1 - \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{1 + \sqrt{2}}$ et $\boxed{1 - \sqrt{2}}$

Corrigé de l'exercice 4

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = x^2 + 12x + 9$ On calcule le discriminant de $P(x)$ avec $a = 1$, $b = 12$ et $c = 9$:

$$\begin{aligned}
 \Delta &= 12^2 - 4 \times 1 \times 9 \\
 \Delta &= 144 - 36 \\
 \Delta &= 108 \\
 x_1 &= \frac{-12 - \sqrt{108}}{2 \times 1} \\
 x_1 &= \frac{-12 - \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{2} \\
 x_1 &= \frac{(-6 - 3\sqrt{3}) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}} \\
 x_1 &= -6 - 3\sqrt{3} \\
 x_2 &= \frac{-12 + \sqrt{108}}{2 \times 1} \\
 x_2 &= \frac{-12 + \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{2} \\
 x_2 &= \frac{(-6 + 3\sqrt{3}) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}} \\
 x_2 &= -6 + 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{-6 - 3\sqrt{3}}$ et $\boxed{-6 + 3\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned}
 Q(x) &= 4x^2 - 16x + 16 \\
 &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 4 + 4^2 \\
 &= (2x - 4)^2
 \end{aligned}$$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{2}$

$$\begin{aligned}
 R(x) &= 49x^2 - 81 \\
 &= (\sqrt{49}x)^2 - (\sqrt{81})^2 \\
 &= (\sqrt{49}x\sqrt{81}) \times (\sqrt{49}x - (\sqrt{81})) \\
 &= (7x + 9) \times (7x - 9)
 \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{\frac{-9}{7}}$ et $\boxed{\frac{9}{7}}$

Corrigé de l'exercice 5

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = x^2 - 10x + 9$ On calcule le discriminant de $P(x)$ avec $a = 1$, $b = -10$ et $c = 9$:

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 9$$

$$\Delta = 100 - 36$$

$$\Delta = 64$$

$$x_1 = \frac{10 - \sqrt{64}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = \frac{10 - 8}{2}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{10 + \sqrt{64}}{2 \times 1}$$

$$x_2 = \frac{10 + 8}{2}$$

$$x_2 = \frac{9 \times 2}{1 \times 2}$$

$$x_2 = 9$$

Les racines de $P(x)$ sont et

$$Q(x) = 3x^2 + 2x$$

$$= x \times (3x + 2)$$

Les racines de $Q(x)$ sont et

$$R(x) = 5x^2 + 3$$

$R(x) \geq 3$ car un carré est toujours positif.

$R(x)$ n'a donc pas de racine.

Corrigé de l'exercice 6

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 36x^2 - 81$$

$$= (\sqrt{36}x)^2 - (\sqrt{81})^2$$

$$= (\sqrt{36}x\sqrt{81}) \times (\sqrt{36}x - (\sqrt{81}))$$

$$= (6x + 9) \times (6x - 9)$$

Les racines de $P(x)$ sont et

$$R(x) = -6x^2 + x$$

$$= x \times (-6x + 1)$$

Les racines de $R(x)$ sont et

$Q(x) = -x^2 - 18x - 6$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = -1$, $b = -18$ et $c = -6$:

$$x_1 = \frac{18 - \sqrt{300}}{2 \times (-1)}$$

$$x_1 = \frac{18 - \sqrt{100} \times \sqrt{3}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{(-9 + 5\sqrt{3}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$$

$$x_1 = -9 + 5\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{18 + \sqrt{300}}{2 \times (-1)}$$

$$x_2 = \frac{18 + \sqrt{100} \times \sqrt{3}}{-2}$$

$$x_2 = \frac{(-9 - 5\sqrt{3}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$$

$$x_2 = -9 - 5\sqrt{3}$$

Les racines de $Q(x)$ sont et