

**Corrigé de l'exercice 1**

Déterminer les racines des polynômes :

 $P(x) = -x^2 - 8x + 9$  On calcule le discriminant de  $P(x)$  avec  $a = -1$ ,  $b = -8$  et  $c = 9$  :

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times (-1) \times 9$$

$$\Delta = 64 - (-36)$$

$$\Delta = 100$$

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{100}}{2 \times (-1)}$$

$$x_1 = \frac{8 - 10}{-2}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{8 + \sqrt{100}}{2 \times (-1)}$$

$$x_2 = \frac{8 + 10}{-2}$$

$$x_2 = \frac{-9 \times (-2)}{1 \times (-2)}$$

$$x_2 = -9$$

Les racines de  $P(x)$  sont  et

$$Q(x) = 9x^2 + 54x + 81$$

$$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 9 + 9^2$$

$$= (3x + 9)^2$$

L'unique racine de  $Q(x)$  est

$$R(x) = 5x^2 + 8$$

$R(x) \geq 8$  car un carré est toujours positif.

$R(x)$  n'a donc pas de racine.

**Corrigé de l'exercice 2**

Déterminer les racines des polynômes :

 $P(x) = -x^2 - 6x - 8$  On calcule le discriminant de  $P(x)$  avec  $a = -1$ ,  $b = -6$  et  $c = -8$  :

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times (-1) \times (-8)$$

$$\Delta = 36 - 32$$

$$\Delta = 4$$

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{4}}{2 \times (-1)}$$

$$x_1 = \frac{6 - 2}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-2 \times (-2)}{1 \times (-2)}$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = \frac{6 + \sqrt{4}}{2 \times (-1)}$$

$$x_2 = \frac{6 + 2}{-2}$$

$$x_2 = \frac{-4 \times (-2)}{1 \times (-2)}$$

$$x_2 = -4$$

Les racines de  $P(x)$  sont  et

$$Q(x) = 4x^2 + 20x + 25$$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + 5^2$$

$$= (2x + 5)^2$$

L'unique racine de  $Q(x)$  est

$$R(x) = 49x^2 - 1$$

$$= (\sqrt{49}x)^2 - (\sqrt{1})^2$$

$$= (\sqrt{49}x\sqrt{1}) \times (\sqrt{49}x - (\sqrt{1}))$$

$$= (7x + 1) \times (7x - 1)$$

Les racines de  $R(x)$  sont  et

**Corrigé de l'exercice 3**

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 36x^2 - 4$$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{36}x)^2 - (\sqrt{4})^2 \\ &= (\sqrt{36}x\sqrt{4}) \times (\sqrt{36}x - (\sqrt{4})) \\ &= (6x + 2) \times (6x - 2) \end{aligned}$$

Les racines de  $P(x)$  sont

$$\frac{-1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= -5x^2 - x \\ &= -x \times (5x + 1) \end{aligned}$$

Les racines de  $Q(x)$  sont

$$0 \quad \text{et} \quad \frac{-1}{5}$$

$R(x) = -x^2 - 10x + 2$  On calcule le discriminant de  $R(x)$  avec  $a = -1$ ,  $b = -10$  et  $c = 2$  :

$$\begin{aligned} \Delta &= (-10)^2 - 4 \times (-1) \times 2 \\ \Delta &= 100 - (-8) \\ \Delta &= 108 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{10 - \sqrt{108}}{2 \times (-1)} \\ x_1 &= \frac{10 - \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{-2} \\ x_1 &= \frac{(-5 + 3\sqrt{3}) \times (-2)}{1 \times (-2)} \\ x_1 &= -5 + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{10 + \sqrt{108}}{2 \times (-1)} \\ x_2 &= \frac{10 + \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{-2} \\ x_2 &= \frac{(-5 - 3\sqrt{3}) \times (-2)}{1 \times (-2)} \\ x_2 &= -5 - 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

Les racines de  $R(x)$  sont

$$-5 + 3\sqrt{3} \quad \text{et} \quad -5 - 3\sqrt{3}$$

### Corrigé de l'exercice 4

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 25x^2 - 20x + 4 \\ &= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2 \\ &= (5x - 2)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de  $P(x)$  est

$$\frac{2}{5}$$

$$R(x) = 4x^2 + 5$$

$R(x) \geq 5$  car un carré est toujours positif.

$R(x)$  n'a donc pas de racine.

$Q(x) = -x^2 - 10x - 7$  On calcule le discriminant de  $Q(x)$  avec  $a = -1$ ,  $b = -10$  et  $c = -7$  :

$$\begin{aligned} \Delta &= (-10)^2 - 4 \times (-1) \times (-7) \\ \Delta &= 100 - 28 \\ \Delta &= 72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{10 - \sqrt{72}}{2 \times (-1)} \\ x_1 &= \frac{10 - \sqrt{36} \times \sqrt{2}}{-2} \\ x_1 &= \frac{(-5 + 3\sqrt{2}) \times (-2)}{1 \times (-2)} \\ x_1 &= -5 + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{10 + \sqrt{72}}{2 \times (-1)} \\ x_2 &= \frac{10 + \sqrt{36} \times \sqrt{2}}{-2} \\ x_2 &= \frac{(-5 - 3\sqrt{2}) \times (-2)}{1 \times (-2)} \\ x_2 &= -5 - 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de  $Q(x)$  sont

$$-5 + 3\sqrt{2} \quad \text{et} \quad -5 - 3\sqrt{2}$$

### Corrigé de l'exercice 5

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = -x^2 - 4x + 8$  On calcule le discriminant de  $P(x)$  avec  $a = -1$ ,  $b = -4$  et  $c = 8$  :

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-1) \times 8$$

$$\Delta = 16 - (-32)$$

$$\Delta = 48$$

$$x_1 = \frac{4 - \sqrt{48}}{2 \times (-1)}$$

$$x_1 = \frac{4 - \sqrt{16} \times \sqrt{3}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{(-2 + 2\sqrt{3}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$$

$$x_1 = -2 + 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{4 + \sqrt{48}}{2 \times (-1)}$$

$$x_2 = \frac{4 + \sqrt{16} \times \sqrt{3}}{-2}$$

$$x_2 = \frac{(-2 - 2\sqrt{3}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$$

$$x_2 = -2 - 2\sqrt{3}$$

Les racines de  $P(x)$  sont  $-2 + 2\sqrt{3}$  et  $-2 - 2\sqrt{3}$

$$Q(x) = 7x^2 - 8$$

$$= (\sqrt{7}x)^2 - (\sqrt{8})^2$$

$$= (\sqrt{7}x\sqrt{8}) \times (\sqrt{7}x - \sqrt{8})$$

$$= (\sqrt{7}x + (\sqrt{4} \times \sqrt{2})) \times (\sqrt{7}x - (\sqrt{4} \times \sqrt{2}))$$

$$= (\sqrt{7}x + (\sqrt{4} \times \sqrt{2})) \times (\sqrt{7}x - (2\sqrt{2}))$$

$$= (\sqrt{7}x + (\sqrt{4} \times \sqrt{2})) \times (\sqrt{7}x - 2\sqrt{2})$$

$$= (\sqrt{7}x + 2\sqrt{2}) \times (\sqrt{7}x - 2\sqrt{2})$$

$$R(x) = -4x^2 - 9x$$

$$= -x \times (4x + 9)$$

Les racines de  $R(x)$  sont  $0$  et  $-\frac{9}{4}$

Les racines de  $Q(x)$  sont  $\frac{-2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$  et  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

### Corrigé de l'exercice 6

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = x^2 - 81$$

$$= (\sqrt{1}x)^2 - (\sqrt{81})^2$$

$$= (\sqrt{1}x\sqrt{81}) \times (\sqrt{1}x - \sqrt{81})$$

$$= (x + 9) \times (x - 9)$$

Les racines de  $P(x)$  sont  $-9$  et  $9$

$$Q(x) = 8x^2 + 8x$$

$$= 8x \times (x + 1)$$

Les racines de  $Q(x)$  sont  $0$  et  $-1$

$R(x) = x^2 + 14x + 1$  On calcule le discriminant de  $R(x)$  avec  $a = 1$ ,  $b = 14$  et  $c = 1$  :

$$x_1 = \frac{-14 - \sqrt{192}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = \frac{-14 - \sqrt{64} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = \frac{(-7 - 4\sqrt{3}) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$$

$$x_1 = -7 - 4\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-14 + \sqrt{192}}{2 \times 1}$$

$$x_2 = \frac{-14 + \sqrt{64} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{(-7 + 4\sqrt{3}) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$$

$$x_2 = -7 + 4\sqrt{3}$$

Les racines de  $R(x)$  sont  $-7 - 4\sqrt{3}$  et  $-7 + 4\sqrt{3}$