

Corrigé de l'exercice 1

- 1. Factoriser $Q(z) = 32z^2 - 64z + 32$

$$32z^2 - 64z + 32 = 32 \times [z^2 - 2z + 1] = 32 \times [z^2 + 2 \times z \times 1 + 1^2] = 32(z + 1)^2$$

- 2. Factoriser $P(t) = t^2 + t - 20$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-20) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-1 - \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{-1 - \sqrt{81}}{2} & \frac{-1 + \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{-1 + \sqrt{81}}{2} \\ &= \frac{-1 - 9}{2} & &= \frac{-1 + 9}{2} \\ &= \frac{-10}{2} & &= \frac{8}{2} \\ &= -5 & &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -5$ et $t_2 = 4$.

On peut donc écrire

$$P(t) = (t - (-5))(t - 4) = (t + 5)(t - 4)$$

- 3. Factoriser $P(z) = 42z^2 - 59z + 20$

Je calcule $\Delta = (-59)^2 - 4 \times 42 \times 20 = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-59) - \sqrt{121}}{2 \times 42} &= \frac{59 - \sqrt{121}}{84} & \frac{-(-59) + \sqrt{121}}{2 \times 42} &= \frac{59 + \sqrt{121}}{84} \\ &= \frac{59 - 11}{84} & &= \frac{59 + 11}{84} \\ &= \frac{48}{84} & &= \frac{70}{84} \\ &= \frac{4 \times 12}{7 \times 12} & &= \frac{5 \times 14}{6 \times 14} \\ &= \frac{4}{7} & &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{4}{7}$ et $x_2 = \frac{5}{6}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = 42 \times \left(x - \frac{4}{7}\right) \left(x - \frac{5}{6}\right)$$

- 4. Factoriser $P(t) = t^2 + 8t + 6$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 6 = 40$ et $\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-8 - \sqrt{40}}{2 \times 1} &= \frac{-8 - \sqrt{40}}{2} & \frac{-8 + \sqrt{40}}{2 \times 1} &= \frac{-8 + \sqrt{40}}{2} \\ &= \frac{-8 - 2\sqrt{10}}{2} & &= \frac{-8 + 2\sqrt{10}}{2} \\ &= \frac{-4 \times 2 - 1 \times 2\sqrt{10}}{1 \times 2} & &= \frac{-4 \times 2 + 1 \times 2\sqrt{10}}{1 \times 2} \\ &= -4 - \sqrt{10} & &= -4 + \sqrt{10} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -4 - \sqrt{10}$ et $t_2 = -4 + \sqrt{10}$.

On peut donc écrire

$$P(t) = \left(t - (-4 - \sqrt{10})\right) \left(t - (-4 + \sqrt{10})\right)$$

Corrigé de l'exercice 2

- 1. Factoriser $R(y) = 360y^2 + 120y + 10$

$$360y^2 + 120y + 10 = 10 \times [36y^2 + 12y + 1] = 10 \times [(6y)^2 + 2 \times 6y \times 1 + 1^2] = 10(6y + 1)^2$$

- 2. Factoriser $P(t) = t^2 - 3t - 54$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-54) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{225}}{2} & \frac{-(-3) + \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{225}}{2} \\ &= \frac{3 - 15}{2} & &= \frac{3 + 15}{2} \\ &= \frac{-12}{2} & &= \frac{18}{2} \\ &= -6 & &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -6$ et $t_2 = 9$.

On peut donc écrire

$$P(t) = (t - (-6))(t - 9) = (t + 6)(t - 9)$$

- 3. Factoriser $Q(t) = 9t^2 - 14t - 8$

Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 9 \times (-8) = 484$ et $\sqrt{484} = 22$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-14) - \sqrt{484}}{2 \times 9} &= \frac{14 - \sqrt{484}}{18} & \frac{-(-14) + \sqrt{484}}{2 \times 9} &= \frac{14 + \sqrt{484}}{18} \\ &= \frac{14 - 22}{18} & &= \frac{14 + 22}{18} \\ &= \frac{-8}{18} & &= \frac{36}{18} \\ &= \frac{-4 \times 2}{9 \times 2} & &= 2 \\ &= \frac{-4}{9} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \frac{-4}{9}$ et $x_2 = 2$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = 9 \times \left(x - \left(-\frac{4}{9}\right)\right)(x - 2) = 9 \times \left(x + \frac{4}{9}\right)(x - 2)$$

- 4. Factoriser $R(t) = -t^2 + 6t + 2$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 44$ et $\sqrt{44} = 2\sqrt{11}$.

Comme $\Delta > 0$, $R(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 + \sqrt{44}}{2 \times (-1)} &= \frac{-6 + \sqrt{44}}{-2} & \frac{-6 - \sqrt{44}}{2 \times (-1)} &= \frac{-6 - \sqrt{44}}{-2} \\ &= \frac{-6 + 2\sqrt{11}}{-2} & &= \frac{-6 - 2\sqrt{11}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-2) - 1 \times (-2)\sqrt{11}}{1 \times (-2)} & &= \frac{3 \times (-2) + 1 \times (-2)\sqrt{11}}{1 \times (-2)} \\ &= 3 - \sqrt{11} & &= 3 + \sqrt{11} \end{aligned}$$

Les racines de R sont $t_1 = 3 - \sqrt{11}$ et $t_2 = 3 + \sqrt{11}$.

On peut donc écrire

$$R(t) = -1 \times (t - (3 - \sqrt{11}))(t - (3 + \sqrt{11}))$$

Corrigé de l'exercice 3

- 1. Factoriser $Q(y) = 243y^2 + 432y + 192$

$$243y^2 + 432y + 192 = 3 \times [81y^2 + 144y + 64] = 3 \times [(9y)^2 + 2 \times 9y \times 8 + 8^2] = 3(9y + 8)^2$$

- 2. Factoriser $Q(y) = y^2 + 6y + 9$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $Q(y)$ a une seule racine $y_0 = \frac{-6}{2 \times 1} = -3$.

On peut donc écrire

$$Q(y) = (y - (-3))^2 = (y + 3)^2$$

- 3. Factoriser $R(y) = 4y^2 + 17y + 18$

Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times 4 \times 18 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-17 - \sqrt{1}}{2 \times 4} &= \frac{-17 - \sqrt{1}}{8} & \frac{-17 + \sqrt{1}}{2 \times 4} &= \frac{-17 + \sqrt{1}}{8} \\ &= \frac{-17 - 1}{8} & &= \frac{-17 + 1}{8} \\ &= \frac{-18}{8} & &= \frac{-16}{8} \\ &= \frac{-9 \times 2}{4 \times 2} & &= -2 \\ &= \frac{-9}{4} \end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = \frac{-9}{4}$ et $x_2 = -2$.

On peut donc écrire

$$R(x) = 4 \times \left(x - \left(-\frac{9}{4} \right) \right) (x - (-2)) = 4 \times \left(x + \frac{9}{4} \right) (x + 2)$$

- 4. Factoriser $S(y) = y^2 + 6y - 9$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 72$ et $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $S(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{72}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{72}}{2} & \frac{-6 + \sqrt{72}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{72}}{2} \\ &= \frac{-6 - 6\sqrt{2}}{2} & &= \frac{-6 + 6\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{-3 \times 2 - 3 \times 2\sqrt{2}}{1 \times 2} & &= \frac{-3 \times 2 + 3 \times 2\sqrt{2}}{1 \times 2} \\ &= -3 - 3\sqrt{2} & &= -3 + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $y_1 = -3 - 3\sqrt{2}$ et $y_2 = -3 + 3\sqrt{2}$.

On peut donc écrire

$$S(y) = \left(y - (-3 - 3\sqrt{2}) \right) \left(y - (-3 + 3\sqrt{2}) \right)$$

Corrigé de l'exercice 4

- 1. Factoriser $R(x) = 64x^2 + 96x + 36$

$$64x^2 + 96x + 36 = 4 \times [16x^2 + 24x + 9] = 4 \times [(4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2] = 4(4x - 3)^2$$

►2. Factoriser $P(z) = z^2 + 6z + 5$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{16}}{2} & \frac{-6 + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-6 - 4}{2} & &= \frac{-6 + 4}{2} \\ &= \frac{-10}{2} & &= \frac{-2}{2} \\ &= -5 & &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -5$ et $z_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$P(z) = (z - (-5))(z - (-1)) = (z + 5)(z + 1)$$

►3. Factoriser $P(z) = 72z^2 - 73z - 9$

Je calcule $\Delta = (-73)^2 - 4 \times 72 \times (-9) = 7921$ et $\sqrt{7921} = 89$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-73) - \sqrt{7921}}{2 \times 72} &= \frac{73 - \sqrt{7921}}{144} & \frac{-(-73) + \sqrt{7921}}{2 \times 72} &= \frac{73 + \sqrt{7921}}{144} \\ &= \frac{73 - 89}{144} & &= \frac{73 + 89}{144} \\ &= \frac{-16}{144} & &= \frac{162}{144} \\ &= \frac{-1 \times 16}{9 \times 16} & &= \frac{9 \times 18}{8 \times 18} \\ &= \frac{-1}{9} & &= \frac{9}{8} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{9}$ et $x_2 = \frac{9}{8}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = 72 \times \left(x - \left(-\frac{1}{9}\right)\right) \left(x - \frac{9}{8}\right) = 72 \times \left(x + \frac{1}{9}\right) \left(x - \frac{9}{8}\right)$$

►4. Factoriser $Q(x) = x^2 + 2x - 8$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-2 - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{-2 - \sqrt{36}}{2} & \frac{-2 + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{-2 + \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{-2 - 6}{2} & &= \frac{-2 + 6}{2} \\ &= \frac{-8}{2} & &= \frac{4}{2} \\ &= -4 & &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 2$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = (x - (-4))(x - 2) = (x + 4)(x - 2)$$

Corrigé de l'exercice 5

- 1. Factoriser $S(t) = 96t^2 + 480t + 600$

$$96t^2 + 480t + 600 = 24 \times [4t^2 + 20t + 25] = 24 \times [(2t)^2 - 2 \times 2t \times 5 + 5^2] = 24(2t - 5)^2$$

- 2. Factoriser $S(y) = y^2 + y - 20$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-20) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $S(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-1 - \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{-1 - \sqrt{81}}{2} & \frac{-1 + \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{-1 + \sqrt{81}}{2} \\ &= \frac{-1 - 9}{2} & &= \frac{-1 + 9}{2} \\ &= \frac{-10}{2} & &= \frac{8}{2} \\ &= -5 & &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de S sont $y_1 = -5$ et $y_2 = 4$.

On peut donc écrire

$$S(y) = (y - (-5))(y - 4) = (y + 5)(y - 4)$$

- 3. Factoriser $Q(z) = -6z^2 - z + 12$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-6) \times 12 = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{289}}{2 \times (-6)} &= \frac{1 + \sqrt{289}}{-12} & \frac{-(-1) - \sqrt{289}}{2 \times (-6)} &= \frac{1 - \sqrt{289}}{-12} \\ &= \frac{1 + 17}{-12} & &= \frac{1 - 17}{-12} \\ &= \frac{18}{-12} & &= \frac{-16}{-12} \\ &= \frac{-3 \times (-6)}{2 \times (-6)} & &= \frac{4 \times (-4)}{3 \times (-4)} \\ &= \frac{-3}{2} & &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \frac{-3}{2}$ et $x_2 = \frac{4}{3}$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = -6 \times \left(x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right) \left(x - \frac{4}{3}\right) = -6 \times \left(x + \frac{3}{2}\right) \left(x - \frac{4}{3}\right)$$

- 4. Factoriser $Q(t) = t^2 + 3t$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3 - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-3 - \sqrt{9}}{2} & \frac{-3 + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-3 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-3 - 3}{2} & &= \frac{-3 + 3}{2} \\ &= \frac{-6}{2} & &= \frac{0}{2} \\ &= -3 & &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $t_1 = -3$ et $t_2 = 0$.

On peut donc écrire

$$Q(t) = (t - (-3))(t - 0) = (t + 3)(t)$$

Corrigé de l'exercice 6

- 1. Factoriser $Q(t) = 96t^2 + 288t + 216$

$$96t^2 + 288t + 216 = 24 \times [4t^2 + 12t + 9] = 24 \times [(2t)^2 - 2 \times 2t \times 3 + 3^2] = 24(2t - 3)^2$$

- 2. Factoriser $P(z) = z^2 + 6z + 5$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{16}}{2} & \frac{-6 + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-6 - 4}{2} & &= \frac{-6 + 4}{2} \\ &= \frac{-10}{2} & &= \frac{-2}{2} \\ &= -5 & &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -5$ et $z_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$P(z) = (z - (-5))(z - (-1)) = (z + 5)(z + 1)$$

- 3. Factoriser $P(t) = -3t^2 + 16t + 12$

Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times (-3) \times 12 = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-16 + \sqrt{400}}{2 \times (-3)} &= \frac{-16 + \sqrt{400}}{-6} & \frac{-16 - \sqrt{400}}{2 \times (-3)} &= \frac{-16 - \sqrt{400}}{-6} \\ &= \frac{-16 + 20}{-6} & &= \frac{-16 - 20}{-6} \\ &= \frac{4}{-6} & &= \frac{-36}{-6} \\ &= \frac{-2 \times (-2)}{3 \times (-2)} & &= 6 \\ &= \frac{-2}{3} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-2}{3}$ et $x_2 = 6$.

On peut donc écrire

$$P(x) = -3 \times \left(x - \left(-\frac{2}{3}\right)\right) (x - 6) = -3 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) (x - 6)$$

- 4. Factoriser $P(x) = x^2 + 4x - 8$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 48$ et $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4 - \sqrt{48}}{2 \times 1} &= \frac{-4 - \sqrt{48}}{2} & \frac{-4 + \sqrt{48}}{2 \times 1} &= \frac{-4 + \sqrt{48}}{2} \\ &= \frac{-4 - 4\sqrt{3}}{2} & &= \frac{-4 + 4\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{-2 \times 2 - 2 \times 2\sqrt{3}}{1 \times 2} & &= \frac{-2 \times 2 + 2 \times 2\sqrt{3}}{1 \times 2} \\ &= -2 - 2\sqrt{3} & &= -2 + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2 - 2\sqrt{3}$ et $x_2 = -2 + 2\sqrt{3}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = \left(x - \left(-2 - 2\sqrt{3}\right)\right) \left(x - \left(-2 + 2\sqrt{3}\right)\right)$$