

Corrigé de l'exercice 1

- 1. Factoriser $R(z) = 2z^2 - 8$

$$2z^2 - 8 = 2 \times [z^2 - 4] = 2 \times [z^2 - 2^2] = 2(z+2)(z-2)$$

- 2. Factoriser $S(t) = t^2 + 10t + 25$

Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $S(t)$ a une seule racine $t_0 = \frac{-10}{2 \times 1} = -5$.

On peut donc écrire

$$S(t) = (t - (-5))^2 = (t + 5)^2$$

- 3. Factoriser $S(t) = -12t^2 + 16t + 3$

Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times (-12) \times 3 = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-16 + \sqrt{400}}{2 \times (-12)} &= \frac{-16 + \sqrt{400}}{-24} & \frac{-16 - \sqrt{400}}{2 \times (-12)} &= \frac{-16 - \sqrt{400}}{-24} \\ &= \frac{-16 + 20}{-24} & &= \frac{-16 - 20}{-24} \\ &= \frac{4}{-24} & &= \frac{-36}{-24} \\ &= \frac{-1 \times (-4)}{6 \times (-4)} & &= \frac{3 \times (-12)}{2 \times (-12)} \\ &= \frac{-1}{6} & &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{-1}{6}$ et $x_2 = \frac{3}{2}$.

On peut donc écrire

$$S(x) = -12 \times \left(x - \left(-\frac{1}{6}\right)\right) \left(x - \frac{3}{2}\right) = -12 \times \left(x + \frac{1}{6}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

- 4. Factoriser $P(y) = y^2 + 4y - 1$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 20$ et $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4 - \sqrt{20}}{2 \times 1} &= \frac{-4 - \sqrt{20}}{2} & \frac{-4 + \sqrt{20}}{2 \times 1} &= \frac{-4 + \sqrt{20}}{2} \\ &= \frac{-4 - 2\sqrt{5}}{2} & &= \frac{-4 + 2\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{-2 \times 2 - 1 \times 2\sqrt{5}}{1 \times 2} & &= \frac{-2 \times 2 + 1 \times 2\sqrt{5}}{1 \times 2} \\ &= -2 - \sqrt{5} & &= -2 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -2 - \sqrt{5}$ et $y_2 = -2 + \sqrt{5}$.

On peut donc écrire

$$P(y) = \left(y - (-2 - \sqrt{5})\right) \left(y - (-2 + \sqrt{5})\right)$$

Corrigé de l'exercice 2

- 1. Factoriser $S(z) = 1\,000z^2 - 640$

$$1\,000z^2 - 640 = 40 \times [25z^2 - 16] = 40 \times [(5z)^2 - 4^2] = 40(5z + 4)(5z - 4)$$

- 2. Factoriser $Q(x) = x^2 + 2x - 24$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-24) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-2 - \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{-2 - \sqrt{100}}{2} & \frac{-2 + \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{-2 + \sqrt{100}}{2} \\ &= \frac{-2 - 10}{2} & &= \frac{-2 + 10}{2} \\ &= \frac{-12}{2} & &= \frac{8}{2} \\ &= -6 & &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 4$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = (x - (-6))(x - 4) = (x + 6)(x - 4)$$

- 3. Factoriser $Q(x) = 2x^2 - 11x - 21$

Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 2 \times (-21) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-11) - \sqrt{289}}{2 \times 2} &= \frac{11 - \sqrt{289}}{4} & \frac{-(-11) + \sqrt{289}}{2 \times 2} &= \frac{11 + \sqrt{289}}{4} \\ &= \frac{11 - 17}{4} & &= \frac{11 + 17}{4} \\ &= \frac{-6}{4} & &= \frac{28}{4} \\ &= \frac{-3 \times 2}{2 \times 2} & &= 7 \\ &= \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \frac{-3}{2}$ et $x_2 = 7$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = 2 \times \left(x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right)(x - 7) = 2 \times \left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 7)$$

- 4. Factoriser $P(z) = z^2 + 5z + 9$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 9 = -11$.

Comme $\Delta < 0$, $P(z)$ n'a pas de racines. On ne peut pas factoriser $P(z)$.

Corrigé de l'exercice 3

- 1. Factoriser $Q(y) = 4y^2 + 20y + 25$

$$4y^2 + 20y + 25 = (2y)^2 + 2 \times 2y \times 5 + 5^2 = (2y + 5)^2$$

- 2. Factoriser $P(y) = y^2 + 4y + 3$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4 - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{-4 - \sqrt{4}}{2} & \frac{-4 + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{-4 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{-4 - 2}{2} & &= \frac{-4 + 2}{2} \\ &= \frac{-6}{2} & &= \frac{-2}{2} \\ &= -3 & &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -3$ et $y_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$P(y) = (y - (-3))(y - (-1)) = (y + 3)(y + 1)$$

►3. Factoriser $P(y) = -y^2 + 2y - 1$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-2}{2 \times (-1)} = 1$.

On peut donc écrire

$$P(x) = -1 \times (x - 1)^2$$

►4. Factoriser $Q(t) = t^2 + 5t$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 0 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-5 - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-5 - \sqrt{25}}{2} & \frac{-5 + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-5 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-5 - 5}{2} & &= \frac{-5 + 5}{2} \\ &= \frac{-10}{2} & &= \frac{0}{2} \\ &= -5 & &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $t_1 = -5$ et $t_2 = 0$.

On peut donc écrire

$$Q(t) = (t - (-5))(t - 0) = (t + 5)(t)$$

Corrigé de l'exercice 4

►1. Factoriser $Q(y) = 243y^2 - 324y + 108$

$$243y^2 - 324y + 108 = 27 \times [9y^2 - 12y + 4] = 27 \times [(3y)^2 - 2 \times 3y \times 2 + 2^2] = 27(3y - 2)^2$$

►2. Factoriser $S(x) = x^2 + 5x - 14$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{-5 - \sqrt{81}}{2} & \frac{-5 + \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{-5 + \sqrt{81}}{2} \\ &= \frac{-5 - 9}{2} & &= \frac{-5 + 9}{2} \\ &= \frac{-14}{2} & &= \frac{4}{2} \\ &= -7 & &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 2$.

On peut donc écrire

$$S(x) = (x - (-7))(x - 2) = (x + 7)(x - 2)$$

- 3. Factoriser $P(x) = 3x^2 + 2x - 1$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-2 - \sqrt{16}}{2 \times 3} &= \frac{-2 - \sqrt{16}}{6} & \frac{-2 + \sqrt{16}}{2 \times 3} &= \frac{-2 + \sqrt{16}}{6} \\ &= \frac{-2 - 4}{6} & &= \frac{-2 + 4}{6} \\ &= \frac{-6}{6} & &= \frac{2}{6} \\ &= -1 & &= \frac{1 \times 2}{3 \times 2} \\ & & &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{1}{3}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = 3 \times (x - (-1)) \left(x - \frac{1}{3}\right) = 3 \times (x + 1) \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

- 4. Factoriser $Q(y) = -y^2 + 7y + 3$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 61$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-7 + \sqrt{61}}{2 \times (-1)} &= \frac{-7 + \sqrt{61}}{-2} & \frac{-7 - \sqrt{61}}{2 \times (-1)} &= \frac{-7 - \sqrt{61}}{-2} \\ &= \frac{7 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{61}}{2 \times (-1)} & &= \frac{7 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{61}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{7 - \sqrt{61}}{2} & &= \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $y_1 = \frac{7 - \sqrt{61}}{2}$ et $y_2 = \frac{7 + \sqrt{61}}{2}$.

On peut donc écrire

$$Q(y) = -1 \times \left(y - \frac{7 - \sqrt{61}}{2}\right) \left(y - \frac{7 + \sqrt{61}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 5

- 1. Factoriser $S(y) = 81y^2 - 540y + 900$

$$81y^2 - 540y + 900 = 9 \times [9y^2 - 60y + 100] = 9 \times [(3y)^2 - 2 \times 3y \times 10 + 10^2] = 9(3y - 10)^2$$

- 2. Factoriser $Q(z) = z^2 + 15z + 56$

Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 1 \times 56 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-15 - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{-15 - \sqrt{1}}{2} & \frac{-15 + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{-15 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-15 - 1}{2} & &= \frac{-15 + 1}{2} \\ &= \frac{-16}{2} & &= \frac{-14}{2} \\ &= -8 & &= -7 \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $z_1 = -8$ et $z_2 = -7$.

On peut donc écrire

$$Q(z) = (z - (-8))(z - (-7)) = (z + 8)(z + 7)$$

►3. Factoriser $P(y) = 14y^2 - y - 30$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 14 \times (-30) = 1681$ et $\sqrt{1681} = 41$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{1681}}{2 \times 14} &= \frac{1 - \sqrt{1681}}{28} & \frac{-(-1) + \sqrt{1681}}{2 \times 14} &= \frac{1 + \sqrt{1681}}{28} \\ &= \frac{1 - 41}{28} & &= \frac{1 + 41}{28} \\ &= \frac{-40}{28} & &= \frac{42}{28} \\ &= \frac{-10 \times 4}{7 \times 4} & &= \frac{3 \times 14}{2 \times 14} \\ &= \frac{-10}{7} & &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-10}{7}$ et $x_2 = \frac{3}{2}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = 14 \times \left(x - \left(-\frac{10}{7}\right)\right) \left(x - \frac{3}{2}\right) = 14 \times \left(x + \frac{10}{7}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

►4. Factoriser $P(y) = -y^2 + 3y + 9$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 9 = 45$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{45}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 + \sqrt{45}}{-2} & \frac{-3 - \sqrt{45}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 - \sqrt{45}}{-2} \\ &= \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{-2} & &= \frac{-3 - 3\sqrt{5}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-1) - 3 \times (-1)\sqrt{5}}{2 \times (-1)} & &= \frac{3 \times (-1) + 3 \times (-1)\sqrt{5}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2} & &= \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2}$ et $y_2 = \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$.

On peut donc écrire

$$P(y) = -1 \times \left(y - \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2}\right) \left(y - \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Factoriser $P(z) = 7z^2 - 98z + 343$

$$7z^2 - 98z + 343 = 7 \times [z^2 - 14z + 49] = 7 \times [z^2 + 2 \times z \times 7 + 7^2] = 7(z + 7)^2$$

►2. Factoriser $R(z) = z^2 - 10z + 25$

Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $R(z)$ a une seule racine $z_0 = \frac{-(-10)}{2 \times 1} = 5$.

On peut donc écrire

$$R(z) = (z - 5)^2$$

►3. Factoriser $Q(z) = -9z^2 + 34z + 8$

Je calcule $\Delta = 34^2 - 4 \times (-9) \times 8 = 1444$ et $\sqrt{1444} = 38$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-34 + \sqrt{1444}}{2 \times (-9)} &= \frac{-34 + \sqrt{1444}}{-18} & \frac{-34 - \sqrt{1444}}{2 \times (-9)} &= \frac{-34 - \sqrt{1444}}{-18} \\ &= \frac{-34 + 38}{-18} & &= \frac{-34 - 38}{-18} \\ &= \frac{4}{-18} & &= \frac{-72}{-18} \\ &= \frac{-2 \times (-2)}{9 \times (-2)} & &= 4 \\ &= \frac{-2}{9} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \frac{-2}{9}$ et $x_2 = 4$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = -9 \times \left(x - \left(-\frac{2}{9}\right)\right) (x - 4) = -9 \times \left(x + \frac{2}{9}\right) (x - 4)$$

►4. Factoriser $Q(x) = -x^2 + 3x + 7$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 7 = 37$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{37}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 + \sqrt{37}}{-2} & \frac{-3 - \sqrt{37}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 - \sqrt{37}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{37}}{2 \times (-1)} & &= \frac{3 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{37}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{3 - \sqrt{37}}{2} & &= \frac{3 + \sqrt{37}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \frac{3 - \sqrt{37}}{2}$ et $x_2 = \frac{3 + \sqrt{37}}{2}$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = -1 \times \left(x - \frac{3 - \sqrt{37}}{2}\right) \left(x - \frac{3 + \sqrt{37}}{2}\right)$$