

Corrigé de l'exercice 1

- 1. Factoriser $P(x) = 384x^2 + 576x + 216$

$$384x^2 + 576x + 216 = 24 \times [16x^2 + 24x + 9] = 24 \times [(4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2] = 24(4x - 3)^2$$

- 2. Factoriser $R(x) = x^2 + 11x + 10$

Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times 1 \times 10 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-11 - \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{-11 - \sqrt{81}}{2} & \frac{-11 + \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{-11 + \sqrt{81}}{2} \\ &= \frac{-11 - 9}{2} & &= \frac{-11 + 9}{2} \\ &= \frac{-20}{2} & &= \frac{-2}{2} \\ &= -10 & &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$R(x) = (x - (-10))(x - (-1)) = (x + 10)(x + 1)$$

- 3. Factoriser $P(x) = -22x^2 - 21x + 18$

Je calcule $\Delta = (-21)^2 - 4 \times (-22) \times 18 = 2025$ et $\sqrt{2025} = 45$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-21) + \sqrt{2025}}{2 \times (-22)} &= \frac{21 + \sqrt{2025}}{-44} & \frac{-(-21) - \sqrt{2025}}{2 \times (-22)} &= \frac{21 - \sqrt{2025}}{-44} \\ &= \frac{21 + 45}{-44} & &= \frac{21 - 45}{-44} \\ &= \frac{66}{-44} & &= \frac{-24}{-44} \\ &= \frac{-3 \times (-22)}{2 \times (-22)} & &= \frac{6 \times (-4)}{11 \times (-4)} \\ &= \frac{-3}{2} & &= \frac{6}{11} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-3}{2}$ et $x_2 = \frac{6}{11}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = -22 \times \left(x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right) \left(x - \frac{6}{11}\right) = -22 \times \left(x + \frac{3}{2}\right) \left(x - \frac{6}{11}\right)$$

- 4. Factoriser $P(x) = x^2 + 9x + 5$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times 5 = 61$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-9 - \sqrt{61}}{2 \times 1} = \frac{-9 - \sqrt{61}}{2} \qquad \frac{-9 + \sqrt{61}}{2 \times 1} = \frac{-9 + \sqrt{61}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-9 - \sqrt{61}}{2}$ et $x_2 = \frac{-9 + \sqrt{61}}{2}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = \left(x - \frac{-9 - \sqrt{61}}{2}\right) \left(x - \frac{-9 + \sqrt{61}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 2

- 1. Factoriser $S(z) = 512z^2 - 8$

$$512z^2 - 8 = 8 \times [64z^2 - 1] = 8 \times [(8z)^2 - 1^2] = 8(8z + 1)(8z - 1)$$

- 2. Factoriser $R(z) = z^2 - 12z + 35$

Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $R(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-12) - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{12 - \sqrt{4}}{2} & \frac{-(-12) + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{12 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{12 - 2}{2} & &= \frac{12 + 2}{2} \\ &= \frac{10}{2} & &= \frac{14}{2} \\ &= 5 & &= 7 \end{aligned}$$

Les racines de R sont $z_1 = 5$ et $z_2 = 7$.

On peut donc écrire

$$R(z) = (z - 5)(z - 7)$$

- 3. Factoriser $S(x) = -7x^2 - 9x - 2$

Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times (-7) \times (-2) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-9) + \sqrt{25}}{2 \times (-7)} &= \frac{9 + \sqrt{25}}{-14} & \frac{-(-9) - \sqrt{25}}{2 \times (-7)} &= \frac{9 - \sqrt{25}}{-14} \\ &= \frac{9 + 5}{-14} & &= \frac{9 - 5}{-14} \\ &= \frac{14}{-14} & &= \frac{4}{-14} \\ &= -1 & &= \frac{-2 \times (-2)}{7 \times (-2)} \\ & & &= \frac{-2}{7} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{-2}{7}$.

On peut donc écrire

$$S(x) = -7 \times (x - (-1)) \left(x - \left(-\frac{2}{7} \right) \right) = -7 \times (x + 1) \left(x + \frac{2}{7} \right)$$

- 4. Factoriser $R(z) = -z^2 + 4$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $R(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-0 + \sqrt{16}}{2 \times (-1)} &= \frac{+\sqrt{16}}{-2} & \frac{-0 - \sqrt{16}}{2 \times (-1)} &= \frac{-\sqrt{16}}{-2} \\ &= \frac{0 + 4}{-2} & &= \frac{0 - 4}{-2} \\ &= \frac{4}{-2} & &= \frac{-4}{-2} \\ &= -2 & &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de R sont $z_1 = -2$ et $z_2 = 2$.

On peut donc écrire

$$R(z) = -1 \times (z - (-2))(z - 2) = -1 \times (z + 2)(z - 2)$$

Corrigé de l'exercice 3

- 1. Factoriser $R(y) = 72y^2 + 72y + 18$

$$72y^2 + 72y + 18 = 18 \times [4y^2 + 4y + 1] = 18 \times [(2y)^2 - 2 \times 2y \times 1 + 1^2] = 18(2y - 1)^2$$

- 2. Factoriser $R(x) = x^2 + 15x + 50$

Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 1 \times 50 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-15 - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-15 - \sqrt{25}}{2} & \frac{-15 + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-15 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-15 - 5}{2} & &= \frac{-15 + 5}{2} \\ &= \frac{-20}{2} & &= \frac{-10}{2} \\ &= -10 & &= -5 \end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -5$.

On peut donc écrire

$$R(x) = (x - (-10))(x - (-5)) = (x + 10)(x + 5)$$

- 3. Factoriser $R(z) = -9z^2 + 18z - 5$

Je calcule $\Delta = 18^2 - 4 \times (-9) \times (-5) = 144$ et $\sqrt{144} = 12$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-18 + \sqrt{144}}{2 \times (-9)} &= \frac{-18 + \sqrt{144}}{-18} & \frac{-18 - \sqrt{144}}{2 \times (-9)} &= \frac{-18 - \sqrt{144}}{-18} \\ &= \frac{-18 + 12}{-18} & &= \frac{-18 - 12}{-18} \\ &= \frac{-6}{-18} & &= \frac{-30}{-18} \\ &= \frac{1 \times (-6)}{3 \times (-6)} & &= \frac{5 \times (-6)}{3 \times (-6)} \\ &= \frac{1}{3} & &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = \frac{1}{3}$ et $x_2 = \frac{5}{3}$.

On peut donc écrire

$$R(x) = -9 \times \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x - \frac{5}{3}\right)$$

- 4. Factoriser $S(t) = -t^2 + 3t + 7$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 7 = 37$.

Comme $\Delta > 0$, $S(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{37}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 + \sqrt{37}}{-2} & \frac{-3 - \sqrt{37}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 - \sqrt{37}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{37}}{2 \times (-1)} & &= \frac{3 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{37}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{3 - \sqrt{37}}{2} & &= \frac{3 + \sqrt{37}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $t_1 = \frac{3 - \sqrt{37}}{2}$ et $t_2 = \frac{3 + \sqrt{37}}{2}$.

On peut donc écrire

$$S(t) = -1 \times \left(t - \frac{3 - \sqrt{37}}{2}\right) \left(t - \frac{3 + \sqrt{37}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 4

- 1. Factoriser $R(z) = 147z^2 - 75$

$$147z^2 - 75 = 3 \times [49z^2 - 25] = 3 \times [(7z)^2 - 5^2] = 3(7z + 5)(7z - 5)$$

- 2. Factoriser $Q(z) = z^2 - 15z + 56$

Je calcule $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times 56 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-15) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{15 - \sqrt{1}}{2} & \frac{-(-15) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{15 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{15 - 1}{2} & &= \frac{15 + 1}{2} \\ &= \frac{14}{2} & &= \frac{16}{2} \\ &= 7 & &= 8 \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $z_1 = 7$ et $z_2 = 8$.

On peut donc écrire

$$Q(z) = (z - 7)(z - 8)$$

- 3. Factoriser $R(y) = -3y^2 - 11y + 4$

Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times (-3) \times 4 = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-11) + \sqrt{169}}{2 \times (-3)} &= \frac{11 + \sqrt{169}}{-6} & \frac{-(-11) - \sqrt{169}}{2 \times (-3)} &= \frac{11 - \sqrt{169}}{-6} \\ &= \frac{11 + 13}{-6} & &= \frac{11 - 13}{-6} \\ &= \frac{24}{-6} & &= \frac{-2}{-6} \\ &= -4 & &= \frac{1 \times (-2)}{3 \times (-2)} \\ & & &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -4$ et $x_2 = \frac{1}{3}$.

On peut donc écrire

$$R(x) = -3 \times (x - (-4)) \left(x - \frac{1}{3}\right) = -3 \times (x + 4) \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

- 4. Factoriser $S(z) = z^2 - 1$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $S(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-0 - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{-\sqrt{4}}{2} & \frac{-0 + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{+\sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{0 - 2}{2} & &= \frac{0 + 2}{2} \\ &= \frac{-2}{2} & &= \frac{2}{2} \\ &= -1 & &= 1 \end{aligned}$$

Les racines de S sont $z_1 = -1$ et $z_2 = 1$.

On peut donc écrire

$$S(z) = (z - (-1))(z - 1) = (z + 1)(z - 1)$$

Corrigé de l'exercice 5

- 1. Factoriser $Q(y) = 108y^2 + 252y + 147$

$$108y^2 + 252y + 147 = 3 \times [36y^2 + 84y + 49] = 3 \times [(6y)^2 + 2 \times 6y \times 7 + 7^2] = 3(6y + 7)^2$$

- 2. Factoriser $Q(z) = z^2 + 6z - 40$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-40) = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{196}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{196}}{2} & \frac{-6 + \sqrt{196}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{196}}{2} \\ &= \frac{-6 - 14}{2} & &= \frac{-6 + 14}{2} \\ &= \frac{-20}{2} & &= \frac{8}{2} \\ &= -10 & &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $z_1 = -10$ et $z_2 = 4$.

On peut donc écrire

$$Q(z) = (z - (-10))(z - 4) = (z + 10)(z - 4)$$

- 3. Factoriser $S(z) = -2z^2 + 11z - 5$

Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times (-2) \times (-5) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-11 + \sqrt{81}}{2 \times (-2)} &= \frac{-11 + \sqrt{81}}{-4} & \frac{-11 - \sqrt{81}}{2 \times (-2)} &= \frac{-11 - \sqrt{81}}{-4} \\ &= \frac{-11 + 9}{-4} & &= \frac{-11 - 9}{-4} \\ &= \frac{-2}{-4} & &= \frac{-20}{-4} \\ &= \frac{1 \times (-2)}{2 \times (-2)} & &= 5 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = 5$.

On peut donc écrire

$$S(x) = -2 \times \left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 5)$$

- 4. Factoriser $Q(z) = -z^2 + 2z + 5$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 24$ et $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-2 + \sqrt{24}}{2 \times (-1)} &= \frac{-2 + \sqrt{24}}{-2} & \frac{-2 - \sqrt{24}}{2 \times (-1)} &= \frac{-2 - \sqrt{24}}{-2} \\ &= \frac{-2 + 2\sqrt{6}}{-2} & &= \frac{-2 - 2\sqrt{6}}{-2} \\ &= \frac{1 \times (-2) - 1 \times (-2)\sqrt{6}}{1 \times (-2)} & &= \frac{1 \times (-2) + 1 \times (-2)\sqrt{6}}{1 \times (-2)} \\ &= 1 - \sqrt{6} & &= 1 + \sqrt{6} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $z_1 = 1 - \sqrt{6}$ et $z_2 = 1 + \sqrt{6}$.

On peut donc écrire

$$Q(z) = -1 \times (z - (1 - \sqrt{6}))(z - (1 + \sqrt{6}))$$

Corrigé de l'exercice 6

- 1. Factoriser $P(z) = 576z^2 + 1\,296z + 729$

$$576z^2 + 1\,296z + 729 = 9 \times [64z^2 + 144z + 81] = 9 \times [(8z)^2 + 2 \times 8z \times 9 + 9^2] = 9(8z + 9)^2$$

- 2. Factoriser $P(x) = x^2 - 14x + 45$

Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 45 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-14) - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{14 - \sqrt{16}}{2} & \frac{-(-14) + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{14 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{14 - 4}{2} & &= \frac{14 + 4}{2} \\ &= \frac{10}{2} & &= \frac{18}{2} \\ &= 5 & &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 5$ et $x_2 = 9$.

On peut donc écrire

$$P(x) = (x - 5)(x - 9)$$

- 3. Factoriser $S(x) = -8x^2 + 30x - 27$

Je calcule $\Delta = 30^2 - 4 \times (-8) \times (-27) = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-30 + \sqrt{36}}{2 \times (-8)} &= \frac{-30 + \sqrt{36}}{-16} & \frac{-30 - \sqrt{36}}{2 \times (-8)} &= \frac{-30 - \sqrt{36}}{-16} \\ &= \frac{-30 + 6}{-16} & &= \frac{-30 - 6}{-16} \\ &= \frac{-24}{-16} & &= \frac{-36}{-16} \\ &= \frac{3 \times (-8)}{2 \times (-8)} & &= \frac{9 \times (-4)}{4 \times (-4)} \\ &= \frac{3}{2} & &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{3}{2}$ et $x_2 = \frac{9}{4}$.

On peut donc écrire

$$S(x) = -8 \times \left(x - \frac{3}{2}\right) \left(x - \frac{9}{4}\right)$$

- 4. Factoriser $S(z) = -z^2 + 2$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $S(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-0 + \sqrt{8}}{2 \times (-1)} &= \frac{+\sqrt{8}}{-2} & \frac{-0 - \sqrt{8}}{2 \times (-1)} &= \frac{-\sqrt{8}}{-2} \\ &= \frac{+2\sqrt{2}}{-2} & &= \frac{-2\sqrt{2}}{-2} \\ &= \frac{0 \times (-2) - 1 \times (-2)\sqrt{2}}{1 \times (-2)} & &= \frac{0 \times (-2) + 1 \times (-2)\sqrt{2}}{1 \times (-2)} \\ &= -\sqrt{2} & &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $z_1 = -\sqrt{2}$ et $z_2 = \sqrt{2}$.

On peut donc écrire

$$S(z) = -1 \times \left(z - (-\sqrt{2})\right) \left(z - \sqrt{2}\right)$$