Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Factoriser $P(x) = 384x^2 + 576x + 216$

$$384x^2 + 576x + 216 = 24 \times \left[16x^2 + 24x + 9\right] = 24 \times \left[(4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2\right] = 24(4x-3)^2$$

►**2.** Factoriser $R(x) = x^2 + 11x + 10$
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times 1 \times 10 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-11-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-11-9}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-11+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-11+9}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$R(x) = (x-(-10))\,(x-(-1)) = (x+10)\,(x+1)$$

►**3.** Factoriser $P(x) = -22x^2 - 21x + 18$
Je calcule $\Delta = (-21)^2 - 4 \times (-22) \times 18 = 2\,025$ et $\sqrt{2\,025} = 45$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-21)+\sqrt{2\,025}}{2\times(-22)} &= \frac{21+\sqrt{2\,025}}{-44}\\ &= \frac{21+45}{-44}\\ &= \frac{66}{-44}\\ &= \frac{-3_{\times(-22)}}{2_{\times(-22)}}\\ &= \frac{-3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-21)-\sqrt{2\,025}}{2\times(-22)} &= \frac{21-\sqrt{2\,025}}{-44}\\ &= \frac{21-45}{-44}\\ &= \frac{-24}{-44}\\ &= \frac{6_{\times(-4)}}{11_{\times(-4)}}\\ &= \frac{6}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-3}{2}$ et $x_2 = \dfrac{6}{11}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = -22 \times \left(x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right)\left(x - \frac{6}{11}\right) = -22 \times \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{6}{11}\right)$$

►**4.** Factoriser $P(x) = x^2 + 9x + 5$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times 5 = 61$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-9-\sqrt{61}}{2\times 1} = \frac{-9-\sqrt{61}}{2} \qquad \frac{-9+\sqrt{61}}{2\times 1} = \frac{-9+\sqrt{61}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-9-\sqrt{61}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-9+\sqrt{61}}{2}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = \left(x - \frac{-9-\sqrt{61}}{2}\right)\left(x - \frac{-9+\sqrt{61}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Factoriser $S(z) = 512z^2 - 8$

$$512z^2 - 8 = 8 \times \left[64z^2 - 1\right] = 8 \times \left[(8z)^2 - 1^2\right] = 8(8z+1)(8z-1)$$

►**2.** Factoriser $R(z) = z^2 - 12z + 35$
Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $R(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-12) - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{12 - \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{12 - 2}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-12) + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{12 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{12 + 2}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de R sont $z_1 = 5$ et $z_2 = 7$.
On peut donc écrire

$$R(z) = (z-5)(z-7)$$

►**3.** Factoriser $S(x) = -7x^2 - 9x - 2$
Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times (-7) \times (-2) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-9) + \sqrt{25}}{2 \times (-7)} &= \frac{9 + \sqrt{25}}{-14} \\ &= \frac{9 + 5}{-14} \\ &= \frac{14}{-14} \\ &= -1\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-9) - \sqrt{25}}{2 \times (-7)} &= \frac{9 - \sqrt{25}}{-14} \\ &= \frac{9 - 5}{-14} \\ &= \frac{4}{-14} \\ &= \frac{-2_{\times(-2)}}{7_{\times(-2)}} \\ &= \frac{-2}{7}\end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \dfrac{-2}{7}$.
On peut donc écrire

$$S(x) = -7 \times (x - (-1)) \left(x - \left(-\frac{2}{7}\right)\right) = -7 \times (x+1) \left(x + \frac{2}{7}\right)$$

►**4.** Factoriser $R(z) = -z^2 + 4$
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $R(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0 + \sqrt{16}}{2 \times (-1)} &= \frac{+\sqrt{16}}{-2} \\ &= \frac{0 + 4}{-2} \\ &= \frac{4}{-2} \\ &= -2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-0 - \sqrt{16}}{2 \times (-1)} &= \frac{-\sqrt{16}}{-2} \\ &= \frac{0 - 4}{-2} \\ &= \frac{-4}{-2} \\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de R sont $z_1 = -2$ et $z_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$R(z) = -1 \times (z - (-2))(z-2) = -1 \times (z+2)(z-2)$$

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Factoriser $R(y) = 72y^2 + 72y + 18$

$$72y^2 + 72y + 18 = 18 \times \left[4y^2 + 4y + 1\right] = 18 \times \left[(2y)^2 - 2 \times 2y \times 1 + 1^2\right] = 18(2y-1)^2$$

►**2.** Factoriser $R(x) = x^2 + 15x + 50$

Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 1 \times 50 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-15-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-15-\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-15-5}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-15+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-15+\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-15+5}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -5$.

On peut donc écrire

$$R(x) = (x - (-10))\,(x - (-5)) = (x+10)\,(x+5)$$

►**3.** Factoriser $R(z) = -9z^2 + 18z - 5$

Je calcule $\Delta = 18^2 - 4 \times (-9) \times (-5) = 144$ et $\sqrt{144} = 12$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-18+\sqrt{144}}{2\times(-9)} &= \frac{-18+\sqrt{144}}{-18}\\ &= \frac{-18+12}{-18}\\ &= \frac{-6}{-18}\\ &= \frac{1_{\times(-6)}}{3_{\times(-6)}}\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-18-\sqrt{144}}{2\times(-9)} &= \frac{-18-\sqrt{144}}{-18}\\ &= \frac{-18-12}{-18}\\ &= \frac{-30}{-18}\\ &= \frac{5_{\times(-6)}}{3_{\times(-6)}}\\ &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = \frac{1}{3}$ et $x_2 = \frac{5}{3}$.

On peut donc écrire

$$R(x) = -9 \times \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{5}{3}\right)$$

►**4.** Factoriser $S(t) = -t^2 + 3t + 7$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 7 = 37$.

Comme $\Delta > 0$, $S(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{37}}{2\times(-1)} &= \frac{-3+\sqrt{37}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{37}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3-\sqrt{37}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{37}}{2\times(-1)} &= \frac{-3-\sqrt{37}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{37}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3+\sqrt{37}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de S sont $t_1 = \frac{3-\sqrt{37}}{2}$ et $t_2 = \frac{3+\sqrt{37}}{2}$.

On peut donc écrire

$$S(t) = -1 \times \left(t - \frac{3-\sqrt{37}}{2}\right)\left(t - \frac{3+\sqrt{37}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Factoriser $R(z) = 147z^2 - 75$

$$147z^2 - 75 = 3 \times \left[49z^2 - 25\right] = 3 \times \left[(7z)^2 - 5^2\right] = 3(7z+5)(7z-5)$$

►**2.** Factoriser $Q(z) = z^2 - 15z + 56$
Je calcule $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times 56 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-15)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{15-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{15-1}{2}\\ &= \frac{14}{2}\\ &= 7\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-15)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{15+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{15+1}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $z_1 = 7$ et $z_2 = 8$.
On peut donc écrire

$$Q(z) = (z-7)(z-8)$$

►**3.** Factoriser $R(y) = -3y^2 - 11y + 4$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times (-3) \times 4 = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{169}}{2\times(-3)} &= \frac{11+\sqrt{169}}{-6}\\ &= \frac{11+13}{-6}\\ &= \frac{24}{-6}\\ &= -4\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{169}}{2\times(-3)} &= \frac{11-\sqrt{169}}{-6}\\ &= \frac{11-13}{-6}\\ &= \frac{-2}{-6}\\ &= \frac{1_{\times(-2)}}{3_{\times(-2)}}\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -4$ et $x_2 = \frac{1}{3}$.
On peut donc écrire

$$R(x) = -3 \times (x-(-4))\left(x-\frac{1}{3}\right) = -3 \times (x+4)\left(x-\frac{1}{3}\right)$$

►**4.** Factoriser $S(z) = z^2 - 1$
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $S(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{0-2}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-0+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{0+2}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de S sont $z_1 = -1$ et $z_2 = 1$.
On peut donc écrire

$$S(z) = (z-(-1))(z-1) = (z+1)(z-1)$$

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Factoriser $Q(y) = 108y^2 + 252y + 147$

$$108y^2 + 252y + 147 = 3 \times \left[36y^2 + 84y + 49\right] = 3 \times \left[(6y)^2 + 2 \times 6y \times 7 + 7^2\right] = 3(6y+7)^2$$

▶**2.** Factoriser $Q(z) = z^2 + 6z - 40$
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-40) = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{196}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{196}}{2}\\ &= \frac{-6-14}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{196}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{196}}{2}\\ &= \frac{-6+14}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $z_1 = -10$ et $z_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$Q(z) = (z-(-10))\,(z-4) = (z+10)\,(z-4)$$

▶**3.** Factoriser $S(z) = -2z^2 + 11z - 5$
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times (-2) \times (-5) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{81}}{2\times(-2)} &= \frac{-11+\sqrt{81}}{-4}\\ &= \frac{-11+9}{-4}\\ &= \frac{-2}{-4}\\ &= \frac{1_{\times(-2)}}{2_{\times(-2)}}\\ &= \frac{1}{2}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{81}}{2\times(-2)} &= \frac{-11-\sqrt{81}}{-4}\\ &= \frac{-11-9}{-4}\\ &= \frac{-20}{-4}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$S(x) = -2 \times \left(x - \frac{1}{2}\right)(x-5)$$

▶**4.** Factoriser $Q(z) = -z^2 + 2z + 5$
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 24$ et $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{24}}{2\times(-1)} &= \frac{-2+\sqrt{24}}{-2}\\ &= \frac{-2+2\sqrt{6}}{-2}\\ &= \frac{1_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{6}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 1-\sqrt{6}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{24}}{2\times(-1)} &= \frac{-2-\sqrt{24}}{-2}\\ &= \frac{-2-2\sqrt{6}}{-2}\\ &= \frac{1_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{6}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 1+\sqrt{6}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $z_1 = 1-\sqrt{6}$ et $z_2 = 1+\sqrt{6}$.
On peut donc écrire

$$Q(z) = -1 \times \left(z - \left(1-\sqrt{6}\right)\right)\left(z - \left(1+\sqrt{6}\right)\right)$$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Factoriser $P(z) = 576z^2 + 1\,296z + 729$

$$576z^2 + 1\,296z + 729 = 9 \times \left[64z^2 + 144z + 81\right] = 9 \times \left[(8z)^2 + 2 \times 8z \times 9 + 9^2\right] = 9(8z+9)^2$$

►2. Factoriser $P(x) = x^2 - 14x + 45$

Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 45 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-14) - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{14 - \sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{14-4}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-14) + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{14 + \sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{14+4}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 5$ et $x_2 = 9$.

On peut donc écrire

$$P(x) = (x-5)(x-9)$$

►3. Factoriser $S(x) = -8x^2 + 30x - 27$

Je calcule $\Delta = 30^2 - 4 \times (-8) \times (-27) = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-30 + \sqrt{36}}{2 \times (-8)} &= \frac{-30 + \sqrt{36}}{-16}\\ &= \frac{-30+6}{-16}\\ &= \frac{-24}{-16}\\ &= \frac{3_{\times(-8)}}{2_{\times(-8)}}\\ &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-30 - \sqrt{36}}{2 \times (-8)} &= \frac{-30 - \sqrt{36}}{-16}\\ &= \frac{-30-6}{-16}\\ &= \frac{-36}{-16}\\ &= \frac{9_{\times(-4)}}{4_{\times(-4)}}\\ &= \frac{9}{4}\end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{3}{2}$ et $x_2 = \frac{9}{4}$.

On peut donc écrire

$$S(x) = -8 \times \left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{9}{4}\right)$$

►4. Factoriser $S(z) = -z^2 + 2$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $S(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0 + \sqrt{8}}{2 \times (-1)} &= \frac{+\sqrt{8}}{-2}\\ &= \frac{+2\sqrt{2}}{-2}\\ &= \frac{0_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}}\\ &= -\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-0 - \sqrt{8}}{2 \times (-1)} &= \frac{-\sqrt{8}}{-2}\\ &= \frac{-2\sqrt{2}}{-2}\\ &= \frac{0_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}}\\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

Les racines de S sont $z_1 = -\sqrt{2}$ et $z_2 = \sqrt{2}$.

On peut donc écrire

$$S(z) = -1 \times \left(z - \left(-\sqrt{2}\right)\right)\left(z - \sqrt{2}\right)$$