

Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 - 8x^2 - 21x + 108$)

a) Comme $E(-4) = 0$, on peut diviser E par $x + 4$

$$\begin{array}{r|l}
 +1x^3 & -8x^2 & -21x & +108 & | & x+4 \\
 -(+1x^3 & +4x^2) & & & | & \hline
 +0x^3 & -12x^2 & -21x & & | & \\
 & -(-12x^2 & -48x) & & | & \\
 & +0x^2 & +27x & +108 & | & \\
 & & -(+27x+108) & & | & \\
 & & +0 & & | &
 \end{array}$$

On a

$$x^3 - 8x^2 - 21x + 108 = (x^2 - 12x + 27) \times (x + 4)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 12x + 27$

Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 27 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-(-12) - \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{12 - \sqrt{36}}{2} \\
 = \frac{12 - 6}{2} \\
 = \frac{6}{2} \\
 = 3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \frac{-(-12) + \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{12 + \sqrt{36}}{2} \\
 = \frac{12 + 6}{2} \\
 = \frac{18}{2} \\
 = 9
 \end{array}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 9$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 3)(x - 9)$$

On en conclue donc que $E = (x + 4)(x - 3)(x - 9)$

►2. Soit $F = -4x^3 + 8x^2 + 25x - 14$)

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l}
 -4x^3 & +8x^2 & +25x & -14 & | & x+2 \\
 -(-4x^3 & -8x^2) & & & | & \hline
 +0x^3 & +16x^2 & +25x & & | & \\
 & -(+16x^2 & +32x) & & | & \\
 & +0x^2 & -7x & -14 & | & \\
 & & -(-7x-14) & & | & \\
 & & +0 & & | &
 \end{array}$$

On a

$$-4x^3 + 8x^2 + 25x - 14 = (-4x^2 + 16x - 7) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -4x^2 + 16x - 7$

Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times (-4) \times (-7) = 144$ et $\sqrt{144} = 12$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-16 + \sqrt{144}}{2 \times (-4)} &= \frac{-16 + \sqrt{144}}{-8} & \frac{-16 - \sqrt{144}}{2 \times (-4)} &= \frac{-16 - \sqrt{144}}{-8} \\ &= \frac{-16 + 12}{-8} & &= \frac{-16 - 12}{-8} \\ &= \frac{-4}{-8} & &= \frac{-28}{-8} \\ &= \frac{1 \times (-4)}{2 \times (-4)} & &= \frac{7 \times (-4)}{2 \times (-4)} \\ &= \frac{1}{2} & &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{7}{2}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -4 \times \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{7}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = -4(x + 2) \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{7}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

►1. Soit $E = x^3 - 2x^2 - 11x + 12$

a) Comme $E(-3) = 0$, on peut diviser E par $x + 3$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & -2x^2 & -11x & +12 & | & x + 3 \\ -(+1x^3 & +3x^2) & & & & | & x^2 - 5x + 4 \\ \hline +0x^3 & -5x^2 & -11x & & & & \\ & -(-5x^2 & -15x) & & & & \\ \hline & +0x^2 & +4x & +12 & & & \\ & & -(+4x & +12) & & & \\ \hline & & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = (x^2 - 5x + 4) \times (x + 3)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 5x + 4$

Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-5) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{5 - \sqrt{9}}{2} & \frac{-(-5) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{5 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{5 - 3}{2} & &= \frac{5 + 3}{2} \\ &= \frac{2}{2} & &= \frac{8}{2} \\ &= 1 & &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 4$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 1)(x - 4)$$

On en conclue donc que $E = (x + 3)(x - 1)(x - 4)$

►2. Soit $F = -132x^3 + 347x^2 - 172x + 12$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{r|l}
 -132x^3 & +347x^2 & -172x & +12 & | & x - 2 \\
 -(-132x^3 & +264x^2) & & & | & -132x^2 + 83x - 6 \\
 \hline
 +0x^3 & +83x^2 & -172x & & & \\
 & -(+83x^2 & -166x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & -6x & +12 & & \\
 & & -(-6x & +12) & & \\
 \hline
 & & & +0 & &
 \end{array}$$

On a

$$-132x^3 + 347x^2 - 172x + 12 = (-132x^2 + 83x - 6) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -132x^2 + 83x - 6$

Je calcule $\Delta = 83^2 - 4 \times (-132) \times (-6) = 3\,721$ et $\sqrt{3\,721} = 61$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-83 + \sqrt{3\,721}}{2 \times (-132)} = \frac{-83 + \sqrt{3\,721}}{-264} \\
 = \frac{-83 + 61}{-264} \\
 = \frac{-22}{-264} \\
 = \frac{1 \times (-22)}{12 \times (-22)} \\
 = \frac{1}{12}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \frac{-83 - \sqrt{3\,721}}{2 \times (-132)} = \frac{-83 - \sqrt{3\,721}}{-264} \\
 = \frac{-83 - 61}{-264} \\
 = \frac{-144}{-264} \\
 = \frac{6 \times (-24)}{11 \times (-24)} \\
 = \frac{6}{11}
 \end{array}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{12}$ et $x_2 = \frac{6}{11}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -132 \times \left(x - \frac{1}{12}\right) \left(x - \frac{6}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F = -132(x - 2) \left(x - \frac{1}{12}\right) \left(x - \frac{6}{11}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

►1. Soit $E = x^3 - 4x^2 - 51x + 54$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$\begin{array}{r|l}
 +1x^3 & -4x^2 & -51x & +54 & | & x + 6 \\
 -(+1x^3 & +6x^2) & & & | & x^2 - 10x + 9 \\
 \hline
 +0x^3 & -10x^2 & -51x & & & \\
 & -(-10x^2 & -60x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & +9x & +54 & & \\
 & & -(+9x & +54) & & \\
 \hline
 & & & +0 & &
 \end{array}$$

On a

$$x^3 - 4x^2 - 51x + 54 = (x^2 - 10x + 9) \times (x + 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 10x + 9$

Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-10) - \sqrt{64}}{2 \times 1} &= \frac{10 - \sqrt{64}}{2} & \frac{-(-10) + \sqrt{64}}{2 \times 1} &= \frac{10 + \sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{10 - 8}{2} & &= \frac{10 + 8}{2} \\ &= \frac{2}{2} & &= \frac{18}{2} \\ &= 1 & &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 9$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 1)(x - 9)$$

On en conclue donc que $E = (x + 6)(x - 1)(x - 9)$

►2. Soit $F = -16x^3 + 70x^2 - 97x + 42$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{r|l} -16x^3 & +70x^2 & -97x & +42 & & x-2 \\ -(-16x^3 & +32x^2) & & & & -16x^2 + 38x - 21 \\ \hline +0x^3 & +38x^2 & -97x & & & \\ & -(+38x^2 & -76x) & & & \\ \hline & +0x^2 & -21x & +42 & & \\ & & -(-21x+42) & & & \\ \hline & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$-16x^3 + 70x^2 - 97x + 42 = (-16x^2 + 38x - 21) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -16x^2 + 38x - 21$

Je calcule $\Delta = 38^2 - 4 \times (-16) \times (-21) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-38 + \sqrt{100}}{2 \times (-16)} &= \frac{-38 + \sqrt{100}}{-32} & \frac{-38 - \sqrt{100}}{2 \times (-16)} &= \frac{-38 - \sqrt{100}}{-32} \\ &= \frac{-38 + 10}{-32} & &= \frac{-38 - 10}{-32} \\ &= \frac{-28}{-32} & &= \frac{-48}{-32} \\ &= \frac{7 \times (-4)}{8 \times (-4)} & &= \frac{3 \times (-16)}{2 \times (-16)} \\ &= \frac{7}{8} & &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{7}{8}$ et $x_2 = \frac{3}{2}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -16 \times \left(x - \frac{7}{8}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = -16(x - 2) \left(x - \frac{7}{8}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►1. Soit $E = x^3 - 20x^2 + 133x - 294$

a) Comme $E(6) = 0$, on peut diviser E par $x - 6$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & -20x^2 & +133x & -294 & | & x-6 \\ -(+1x^3 & -6x^2) & & & | & \hline +0x^3 & -14x^2 & +133x & & | & x^2-14x+49 \\ & -(-14x^2 & +84x) & & | & \\ & +0x^2 & +49x & -294 & | & \\ & & -(+49x & -294) & | & \\ & & +0 & & | & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 20x^2 + 133x - 294 = (x^2 - 14x + 49) \times (x - 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 14x + 49$

Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 49 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $E_2(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-(-14)}{2 \times 1} = 7$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 7)^2$$

On en conclue donc que $E = (x - 6) \times (x - 7)^2$

►2. Soit $F = -16x^3 - 48x^2 - 27x + 10$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l} -16x^3 & -48x^2 & -27x & +10 & | & x+2 \\ -(-16x^3 & -32x^2) & & & | & \hline +0x^3 & -16x^2 & -27x & & | & -16x^2-16x+5 \\ & -(-16x^2 & -32x) & & | & \\ & +0x^2 & +5x & +10 & | & \\ & & -(+5x & +10) & | & \\ & & +0 & & | & \end{array}$$

On a

$$-16x^3 - 48x^2 - 27x + 10 = (-16x^2 - 16x + 5) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -16x^2 - 16x + 5$

Je calcule $\Delta = (-16)^2 - 4 \times (-16) \times 5 = 576$ et $\sqrt{576} = 24$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-16) + \sqrt{576}}{2 \times (-16)} &= \frac{16 + \sqrt{576}}{-32} & \frac{-(-16) - \sqrt{576}}{2 \times (-16)} &= \frac{16 - \sqrt{576}}{-32} \\ &= \frac{16 + 24}{-32} & &= \frac{16 - 24}{-32} \\ &= \frac{40}{-32} & &= \frac{-8}{-32} \\ &= \frac{-5 \times (-8)}{4 \times (-8)} & &= \frac{1 \times (-8)}{4 \times (-8)} \\ &= \frac{-5}{4} & &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{4}$ et $x_2 = \frac{1}{4}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -16 \times \left(x - \left(-\frac{5}{4}\right)\right) \left(x - \frac{1}{4}\right) = -16 \times \left(x + \frac{5}{4}\right) \left(x - \frac{1}{4}\right)$$

On en conclue donc que $F = -16(x+2) \left(x + \frac{5}{4}\right) \left(x - \frac{1}{4}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►1. Soit $E = x^3 + 15x^2 + 63x + 49$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +15x^2 & +63x & +49 & | & x+7 \\ -(+1x^3 & +7x^2) & & & & | & x^2+8x+7 \\ \hline +0x^3 & +8x^2 & +63x & & & & \\ & -(+8x^2 & +56x) & & & & \\ \hline & +0x^2 & +7x & +49 & & & \\ & & -(+7x & +49) & & & \\ \hline & & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 15x^2 + 63x + 49 = (x^2 + 8x + 7) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 8x + 7$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 7 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-8 - \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{-8 - \sqrt{36}}{2} \\ = \frac{-8 - 6}{2} \\ = \frac{-14}{2} \\ = -7 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-8 + \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{-8 + \sqrt{36}}{2} \\ = \frac{-8 + 6}{2} \\ = \frac{-2}{2} \\ = -1 \end{array}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -7$ et $x_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-7))(x - (-1)) = (x + 7)(x + 1)$$

On en conclue donc que $E = (x + 7)(x + 7)(x + 1)$

►2. Soit $F = 4x^3 + x^2 - 29x - 30$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l} +4x^3 & +1x^2 & -29x & -30 & | & x+2 \\ -(+4x^3 & +8x^2) & & & & | & 4x^2-7x-15 \\ \hline +0x^3 & -7x^2 & -29x & & & & \\ & -(-7x^2 & -14x) & & & & \\ \hline & +0x^2 & -15x & -30 & & & \\ & & -(-15x & -30) & & & \\ \hline & & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$4x^3 + x^2 - 29x - 30 = (4x^2 - 7x - 15) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 4x^2 - 7x - 15$

Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 4 \times (-15) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-7) - \sqrt{289}}{2 \times 4} &= \frac{7 - \sqrt{289}}{8} & \frac{-(-7) + \sqrt{289}}{2 \times 4} &= \frac{7 + \sqrt{289}}{8} \\ &= \frac{7 - 17}{8} & &= \frac{7 + 17}{8} \\ &= \frac{-10}{8} & &= \frac{24}{8} \\ &= \frac{-5 \times 2}{4 \times 2} & &= 3 \\ &= \frac{-5}{4} & & \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{4}$ et $x_2 = 3$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 4 \times \left(x - \left(-\frac{5}{4}\right)\right) (x - 3) = 4 \times \left(x + \frac{5}{4}\right) (x - 3)$$

On en conclue donc que $F = 4(x + 2) \left(x + \frac{5}{4}\right) (x - 3)$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Soit $E = x^3 - x^2 - 6x$

a) Comme $E(-2) = 0$, on peut diviser E par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & -1x^2 & -6x & +0 & | & x+2 \\ -(+1x^3 & +2x^2) & & & & | & x^2-3x \\ \hline +0x^3 & -3x^2 & -6x & & & & \\ & -(-3x^2-6x) & & & & & \\ \hline & +0 & & & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - x^2 - 6x = (x^2 - 3x) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 3x$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{9}}{2} & \frac{-(-3) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{3 - 3}{2} & &= \frac{3 + 3}{2} \\ &= \frac{0}{2} & &= \frac{6}{2} \\ &= 0 & &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 3$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 0)(x - 3)$$

On en conclue donc que $E = (x + 2)(x - 0)(x - 3)$

►2. Soit $F = 2x^3 - 13x^2 - 43x - 18$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l}
 +2x^3 & -13x^2 & -43x & -18 & x+2 \\
 -(+2x^3 & +4x^2) & & & 2x^2 - 17x - 9 \\
 \hline
 +0x^3 & -17x^2 & -43x & & \\
 & -(-17x^2 & -34x) & & \\
 & \hline
 & +0x^2 & -9x & -18 & \\
 & & -(-9x-18) & & \\
 & & \hline
 & & +0 & &
 \end{array}$$

On a

$$2x^3 - 13x^2 - 43x - 18 = (2x^2 - 17x - 9) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 2x^2 - 17x - 9$

Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times 2 \times (-9) = 361$ et $\sqrt{361} = 19$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-(-17) - \sqrt{361}}{2 \times 2} = \frac{17 - \sqrt{361}}{4} \\
 = \frac{17 - 19}{4} \\
 = \frac{-2}{4} \\
 = \frac{-1 \times 2}{2 \times 2} \\
 = \frac{-1}{2} \\
 \\
 \frac{-(-17) + \sqrt{361}}{2 \times 2} = \frac{17 + \sqrt{361}}{4} \\
 = \frac{17 + 19}{4} \\
 = \frac{36}{4} \\
 = 9
 \end{array}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-1}{2}$ et $x_2 = 9$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 2 \times \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right) (x - 9) = 2 \times \left(x + \frac{1}{2}\right) (x - 9)$$

On en conclue donc que $F = 2(x + 2) \left(x + \frac{1}{2}\right) (x - 9)$