

**Corrigé de l'exercice 1**

►1. Soit  $E = x^3 - 2x^2 - 45x + 126$

a) Comme  $E(-7) = 0$ , on peut diviser  $E$  par  $x + 7$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & -2x^2 & -45x & +126 & x+7 \\ -(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-9x+18 \\ \hline +0x^3 & -9x^2 & -45x & & \\ & -(-9x^2 & -63x) & & \\ \hline & +0x^2 & +18x & +126 & \\ & & -(+18x & +126) & \\ \hline & & & +0 & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 45x + 126 = (x^2 - 9x + 18) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme  $E_2 = x^2 - 9x + 18$

Je calcule  $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 1 \times 18 = 9$  et  $\sqrt{9} = 3$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $E_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-(-9) - \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{9 - \sqrt{9}}{2} \\ = \frac{9 - 3}{2} \\ = \frac{6}{2} \\ = 3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-(-9) + \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{9 + \sqrt{9}}{2} \\ = \frac{9 + 3}{2} \\ = \frac{12}{2} \\ = 6 \end{array}$$

Les racines de  $E_2$  sont  $x_1 = 3$  et  $x_2 = 6$ .

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 3)(x - 6)$$

On en conclue donc que  $E = (x + 7)(x - 3)(x - 6)$

►2. Soit  $F = 2x^3 + x^2 - x$

a) On remarque que  $F$  peut se factoriser par  $x$  et  $F = x(2x^2 + x - 1)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme  $F_2 = 2x^2 + x - 1$

Je calcule  $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9$  et  $\sqrt{9} = 3$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $F_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \times 2} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} \\ = \frac{-1 - 3}{4} \\ = \frac{-4}{4} \\ = -1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \times 2} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} \\ = \frac{-1 + 3}{4} \\ = \frac{2}{4} \\ = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} \\ = \frac{1}{2} \end{array}$$

Les racines de  $F_2$  sont  $x_1 = -1$  et  $x_2 = \frac{1}{2}$ .

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 2 \times (x - (-1)) \left(x - \frac{1}{2}\right) = 2 \times (x + 1) \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que  $F = 2x(x + 1) \left(x - \frac{1}{2}\right)$

**Corrigé de l'exercice 2**

►1. Soit  $E = x^3 + 10x^2 + 3x - 54$ )

a) Comme  $E(-9) = 0$ , on peut diviser  $E$  par  $x + 9$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +10x^2 & +3x & -54 & | & x+9 \\ -(+1x^3 & +9x^2) & & & & | & x^2+x-6 \\ \hline +0x^3 & +1x^2 & +3x & & & & \\ & -(+1x^2 & +9x) & & & & \\ & \hline & +0x^2 & -6x & -54 & & & \\ & & -(-6x-54) & & & & \\ & & \hline & & +0 & & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 10x^2 + 3x - 54 = (x^2 + x - 6) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome  $E_2 = x^2 + x - 6$

Je calcule  $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$  et  $\sqrt{25} = 5$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $E_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{-1 - 5}{2} \\ = \frac{-1 - 5}{2} \\ = \frac{-6}{2} \\ = -3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{-1 + 5}{2} \\ = \frac{-1 + 5}{2} \\ = \frac{4}{2} \\ = 2 \end{array}$$

Les racines de  $E_2$  sont  $x_1 = -3$  et  $x_2 = 2$ .

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-3))(x - 2) = (x + 3)(x - 2)$$

On en conclue donc que  $E = (x + 9)(x + 3)(x - 2)$

►2. Soit  $F = 4x^3 - 27x^2 + 38x - 15$ )

a) Comme  $F(1) = 0$ , on peut diviser  $F$  par  $x - 1$

$$\begin{array}{r|l} +4x^3 & -27x^2 & +38x & -15 & | & x-1 \\ -(+4x^3 & -4x^2) & & & & | & 4x^2-23x+15 \\ \hline +0x^3 & -23x^2 & +38x & & & & \\ & -(-23x^2 & +23x) & & & & \\ & \hline & +0x^2 & +15x & -15 & & & \\ & & -(+15x-15) & & & & \\ & & \hline & & +0 & & & & \end{array}$$

On a

$$4x^3 - 27x^2 + 38x - 15 = (4x^2 - 23x + 15) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome  $F_2 = 4x^2 - 23x + 15$

Je calcule  $\Delta = (-23)^2 - 4 \times 4 \times 15 = 289$  et  $\sqrt{289} = 17$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $F_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-23) - \sqrt{289}}{2 \times 4} &= \frac{23 - \sqrt{289}}{8} & \frac{-(-23) + \sqrt{289}}{2 \times 4} &= \frac{23 + \sqrt{289}}{8} \\ &= \frac{23 - 17}{8} & &= \frac{23 + 17}{8} \\ &= \frac{6}{8} & &= \frac{40}{8} \\ &= \frac{3 \times 2}{4 \times 2} & &= 5 \\ &= \frac{3}{4} & & \end{aligned}$$

Les racines de  $F_2$  sont  $x_1 = \frac{3}{4}$  et  $x_2 = 5$ .

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 4 \times \left(x - \frac{3}{4}\right)(x - 5)$$

On en conclue donc que  $F = 4(x - 1)\left(x - \frac{3}{4}\right)(x - 5)$

### Corrigé de l'exercice 3

►1. Soit  $E = x^3 - 11x^2 + 7x + 147$

a) Comme  $E(-3) = 0$ , on peut diviser  $E$  par  $x + 3$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & -11x^2 & +7x & +147 & | & x + 3 \\ -(+1x^3 & +3x^2) & & & | & x^2 - 14x + 49 \\ \hline +0x^3 & -14x^2 & +7x & & & \\ & -(-14x^2 & -42x) & & & \\ \hline & +0x^2 & +49x & +147 & & \\ & & -(+49x + 147) & & & \\ \hline & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 11x^2 + 7x + 147 = (x^2 - 14x + 49) \times (x + 3)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme  $E_2 = x^2 - 14x + 49$

Je calcule  $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 49 = 0$ .

Comme  $\Delta = 0$ ,  $E_2(x)$  a une seule racine  $x_0 = \frac{-(-14)}{2 \times 1} = 7$ .

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 7)^2$$

On en conclue donc que  $E = (x + 3) \times (x - 7)^2$

►2. Soit  $F = 5x^3 - 14x^2 + 13x - 4$

a) Comme  $F(1) = 0$ , on peut diviser  $F$  par  $x - 1$

$$\begin{array}{r|l} +5x^3 & -14x^2 & +13x & -4 & | & x - 1 \\ -(+5x^3 & -5x^2) & & & | & 5x^2 - 9x + 4 \\ \hline +0x^3 & -9x^2 & +13x & & & \\ & -(-9x^2 & +9x) & & & \\ \hline & +0x^2 & +4x & -4 & & \\ & & -(+4x - 4) & & & \\ \hline & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$5x^3 - 14x^2 + 13x - 4 = (5x^2 - 9x + 4) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome  $F_2 = 5x^2 - 9x + 4$

Je calcule  $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 5 \times 4 = 1$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $F_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-9) - \sqrt{1}}{2 \times 5} &= \frac{9 - \sqrt{1}}{10} & \frac{-(-9) + \sqrt{1}}{2 \times 5} &= \frac{9 + \sqrt{1}}{10} \\ &= \frac{9 - 1}{10} & &= \frac{9 + 1}{10} \\ &= \frac{8}{10} & &= \frac{10}{10} \\ &= \frac{4 \times 2}{5 \times 2} & &= 1 \\ &= \frac{4}{5} & & \end{aligned}$$

Les racines de  $F_2$  sont  $x_1 = \frac{4}{5}$  et  $x_2 = 1$ .

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 5 \times \left(x - \frac{4}{5}\right) (x - 1)$$

On en conclue donc que  $F = 5(x - 1) \left(x - \frac{4}{5}\right) (x - 1)$

**Corrigé de l'exercice 4**

►1. Soit  $E = x^3 + 9x^2 - 82x - 720$

a) Comme  $E(-10) = 0$ , on peut diviser  $E$  par  $x + 10$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +9x^2 & -82x & -720 & | & x + 10 \\ -(+1x^3 + 10x^2) & & & & & x^2 - x - 72 \\ \hline +0x^3 & -1x^2 & -82x & & & \\ & -(-1x^2 - 10x) & & & & \\ \hline & +0x^2 & -72x & -720 & & \\ & & -(-72x - 720) & & & \\ \hline & & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 9x^2 - 82x - 720 = (x^2 - x - 72) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome  $E_2 = x^2 - x - 72$

Je calcule  $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-72) = 289$  et  $\sqrt{289} = 17$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $E_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{289}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{289}}{2} & \frac{-(-1) + \sqrt{289}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{289}}{2} \\ &= \frac{1 - 17}{2} & &= \frac{1 + 17}{2} \\ &= \frac{-16}{2} & &= \frac{18}{2} \\ &= -8 & &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de  $E_2$  sont  $x_1 = -8$  et  $x_2 = 9$ .

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-8)) (x - 9) = (x + 8) (x - 9)$$

On en conclue donc que  $E = (x + 10) (x + 8) (x - 9)$

►2. Soit  $F = -28x^3 - 9x^2 + 4x$

a) On remarque que  $F$  peut se factoriser par  $x$  et  $F = x(-28x^2 - 9x + 4)$

b) On doit maintenant factoriser le polynome  $F_2 = -28x^2 - 9x + 4$

Je calcule  $\Delta = (-9)^2 - 4 \times (-28) \times 4 = 529$  et  $\sqrt{529} = 23$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $F_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-9) + \sqrt{529}}{2 \times (-28)} &= \frac{9 + \sqrt{529}}{-56} & \frac{-(-9) - \sqrt{529}}{2 \times (-28)} &= \frac{9 - \sqrt{529}}{-56} \\ &= \frac{9 + 23}{-56} & &= \frac{9 - 23}{-56} \\ &= \frac{32}{-56} & &= \frac{-14}{-56} \\ &= \frac{-4 \times (-8)}{7 \times (-8)} & &= \frac{1 \times (-14)}{4 \times (-14)} \\ &= \frac{-4}{7} & &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Les racines de  $F_2$  sont  $x_1 = \frac{-4}{7}$  et  $x_2 = \frac{1}{4}$ .

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -28 \times \left(x - \left(-\frac{4}{7}\right)\right) \left(x - \frac{1}{4}\right) = -28 \times \left(x + \frac{4}{7}\right) \left(x - \frac{1}{4}\right)$$

On en conclue donc que  $F = -28x \left(x + \frac{4}{7}\right) \left(x - \frac{1}{4}\right)$

**Corrigé de l'exercice 5**

►1. Soit  $E = x^3 + 5x^2 - 56x - 60$

a) Comme  $E(-10) = 0$ , on peut diviser  $E$  par  $x + 10$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +5x^2 & -56x & -60 & | & x + 10 \\ -(+1x^3 & +10x^2) & & & & | & x^2 - 5x - 6 \\ \hline +0x^3 & -5x^2 & -56x & & & & \\ & -(-5x^2 & -50x) & & & & \\ \hline & +0x^2 & -6x & -60 & & & \\ & & -(-6x & -60) & & & \\ \hline & & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 5x^2 - 56x - 60 = (x^2 - 5x - 6) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome  $E_2 = x^2 - 5x - 6$

Je calcule  $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 49$  et  $\sqrt{49} = 7$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $E_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-5) - \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{5 - \sqrt{49}}{2} & \frac{-(-5) + \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{5 + \sqrt{49}}{2} \\ &= \frac{5 - 7}{2} & &= \frac{5 + 7}{2} \\ &= \frac{-2}{2} & &= \frac{12}{2} \\ &= -1 & &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de  $E_2$  sont  $x_1 = -1$  et  $x_2 = 6$ .

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-1))(x - 6) = (x + 1)(x - 6)$$

On en conclue donc que  $E = (x + 10)(x + 1)(x - 6)$

►2. Soit  $F = 22x^3 - 23x^2 - 5x + 6$

a) Comme  $F(1) = 0$ , on peut diviser  $F$  par  $x - 1$

$$\begin{array}{r|l}
 +22x^3 & -23x^2 & -5x & +6 & x-1 \\
 -(+22x^3 - 22x^2) & & & & 22x^2 - x - 6 \\
 \hline
 +0x^3 & -1x^2 & -5x & & \\
 & -(-1x^2 + 1x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & -6x & +6 & \\
 & & -(-6x + 6) & & \\
 \hline
 & & +0 & & 
 \end{array}$$

On a

$$22x^3 - 23x^2 - 5x + 6 = (22x^2 - x - 6) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme  $F_2 = 22x^2 - x - 6$

Je calcule  $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 22 \times (-6) = 529$  et  $\sqrt{529} = 23$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $F_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-(-1) - \sqrt{529}}{2 \times 22} = \frac{1 - \sqrt{529}}{44} \\
 = \frac{1 - 23}{44} \\
 = \frac{-22}{44} \\
 = \frac{-1 \times 22}{2 \times 22} \\
 = \frac{-1}{2} \\
 \\
 \frac{-(-1) + \sqrt{529}}{2 \times 22} = \frac{1 + \sqrt{529}}{44} \\
 = \frac{1 + 23}{44} \\
 = \frac{24}{44} \\
 = \frac{6 \times 4}{11 \times 4} \\
 = \frac{6}{11}
 \end{array}$$

Les racines de  $F_2$  sont  $x_1 = \frac{-1}{2}$  et  $x_2 = \frac{6}{11}$ .

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 22 \times \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right) \left(x - \frac{6}{11}\right) = 22 \times \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{6}{11}\right)$$

On en conclue donc que  $F = 22(x - 1) \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{6}{11}\right)$

### Corrigé de l'exercice 6

►1. Soit  $E = x^3 - 37x + 84$

a) Comme  $E(-7) = 0$ , on peut diviser  $E$  par  $x + 7$

$$\begin{array}{r|l}
 +1x^3 & +0x^2 & -37x & +84 & x+7 \\
 -(+1x^3 + 7x^2) & & & & x^2 - 7x + 12 \\
 \hline
 +0x^3 & -7x^2 & -37x & & \\
 & -(-7x^2 - 49x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & +12x & +84 & \\
 & & -(+12x + 84) & & \\
 \hline
 & & +0 & & 
 \end{array}$$

On a

$$x^3 - 37x + 84 = (x^2 - 7x + 12) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome  $E_2 = x^2 - 7x + 12$

Je calcule  $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 1$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $E_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-7) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{7 - \sqrt{1}}{2} & \frac{-(-7) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{7 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{7 - 1}{2} & &= \frac{7 + 1}{2} \\ &= \frac{6}{2} & &= \frac{8}{2} \\ &= 3 & &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de  $E_2$  sont  $x_1 = 3$  et  $x_2 = 4$ .

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 3)(x - 4)$$

On en conclue donc que  $E = (x + 7)(x - 3)(x - 4)$

► 2. Soit  $F = 2x^3 - 17x^2 + 46x - 40$

a) Comme  $F(2) = 0$ , on peut diviser  $F$  par  $x - 2$

$$\begin{array}{r|l} +2x^3 & -17x^2 & +46x & -40 & x-2 \\ -(+2x^3 & -4x^2) & & & 2x^2 - 13x + 20 \\ \hline +0x^3 & -13x^2 & +46x & & \\ & -(-13x^2 & +26x) & & \\ \hline & +0x^2 & +20x & -40 & \\ & & -(+20x & -40) & \\ \hline & & & +0 & \end{array}$$

On a

$$2x^3 - 17x^2 + 46x - 40 = (2x^2 - 13x + 20) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome  $F_2 = 2x^2 - 13x + 20$

Je calcule  $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 2 \times 20 = 9$  et  $\sqrt{9} = 3$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $F_2(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-13) - \sqrt{9}}{2 \times 2} &= \frac{13 - \sqrt{9}}{4} & \frac{-(-13) + \sqrt{9}}{2 \times 2} &= \frac{13 + \sqrt{9}}{4} \\ &= \frac{13 - 3}{4} & &= \frac{13 + 3}{4} \\ &= \frac{10}{4} & &= \frac{16}{4} \\ &= \frac{5 \times 2}{2 \times 2} & &= 4 \\ &= \frac{5}{2} & & \end{aligned}$$

Les racines de  $F_2$  sont  $x_1 = \frac{5}{2}$  et  $x_2 = 4$ .

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 2 \times \left(x - \frac{5}{2}\right)(x - 4)$$

On en conclue donc que  $F = 2(x - 2)\left(x - \frac{5}{2}\right)(x - 4)$