

Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 + 20x^2 + 109x + 90$)

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{r|l}
 +1x^3 & +20x^2 & +109x & +90 & | & x + 10 \\
 -(+1x^3 & +10x^2) & & & | & x^2 + 10x + 9 \\
 \hline
 +0x^3 & +10x^2 & +109x & & & \\
 & -(+10x^2 & +100x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & +9x & +90 & & \\
 & & -(+9x & +90) & & \\
 \hline
 & & & +0 & &
 \end{array}$$

On a

$$x^3 + 20x^2 + 109x + 90 = (x^2 + 10x + 9) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + 10x + 9$

Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 9 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-10 - \sqrt{64}}{2 \times 1} = \frac{-10 - \sqrt{64}}{2} \\
 = \frac{-10 - 8}{2} \\
 = \frac{-18}{2} \\
 = -9
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \frac{-10 + \sqrt{64}}{2 \times 1} = \frac{-10 + \sqrt{64}}{2} \\
 = \frac{-10 + 8}{2} \\
 = \frac{-2}{2} \\
 = -1
 \end{array}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -9$ et $x_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-9))(x - (-1)) = (x + 9)(x + 1)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)(x + 9)(x + 1)$

►2. Soit $F = -25x^3 + 75x^2 - 71x + 21$)

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{r|l}
 -25x^3 & +75x^2 & -71x & +21 & | & x - 1 \\
 -(-25x^3 & +25x^2) & & & | & -25x^2 + 50x - 21 \\
 \hline
 +0x^3 & +50x^2 & -71x & & & \\
 & -(+50x^2 & -50x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & -21x & +21 & & \\
 & & -(-21x & +21) & & \\
 \hline
 & & & +0 & &
 \end{array}$$

On a

$$-25x^3 + 75x^2 - 71x + 21 = (-25x^2 + 50x - 21) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -25x^2 + 50x - 21$

Je calcule $\Delta = 50^2 - 4 \times (-25) \times (-21) = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-50 + \sqrt{400}}{2 \times (-25)} &= \frac{-50 + \sqrt{400}}{-50} & \frac{-50 - \sqrt{400}}{2 \times (-25)} &= \frac{-50 - \sqrt{400}}{-50} \\ &= \frac{-50 + 20}{-50} & &= \frac{-50 - 20}{-50} \\ &= \frac{-30}{-50} & &= \frac{-70}{-50} \\ &= \frac{3 \times (-10)}{5 \times (-10)} & &= \frac{7 \times (-10)}{5 \times (-10)} \\ &= \frac{3}{5} & &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{3}{5}$ et $x_2 = \frac{7}{5}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -25 \times \left(x - \frac{3}{5}\right) \left(x - \frac{7}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -25(x-1) \left(x - \frac{3}{5}\right) \left(x - \frac{7}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

►1. Soit $E = x^3 + 26x^2 + 225x + 648$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +26x^2 & +225x & +648 & x+9 \\ -(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2+17x+72 \\ \hline +0x^3 & +17x^2 & +225x & & \\ & -(+17x^2 & +153x) & & \\ & \hline & +0x^2 & +72x & +648 & \\ & & -(+72x & +648) & \\ & & \hline & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 26x^2 + 225x + 648 = (x^2 + 17x + 72) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + 17x + 72$

Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times 1 \times 72 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-17 - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{-17 - \sqrt{1}}{2} & \frac{-17 + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{-17 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-17 - 1}{2} & &= \frac{-17 + 1}{2} \\ &= \frac{-18}{2} & &= \frac{-16}{2} \\ &= -9 & &= -8 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -9$ et $x_2 = -8$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-9))(x - (-8)) = (x + 9)(x + 8)$$

On en conclue donc que $E = (x + 9)(x + 9)(x + 8)$

►2. Soit $F = -8x^3 - 26x^2 - 23x - 6$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l} -8x^3 & -26x^2 & -23x & -6 & x+2 \\ -(-8x^3 & -16x^2) & & & -8x^2 - 10x - 3 \\ \hline +0x^3 & -10x^2 & -23x & & \\ & -(-10x^2 & -20x) & & \\ & \hline & +0x^2 & -3x & -6 & \\ & & -(-3x-6) & & \\ & & \hline & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-8x^3 - 26x^2 - 23x - 6 = (-8x^2 - 10x - 3) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -8x^2 - 10x - 3$

Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times (-8) \times (-3) = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-(-10) + \sqrt{4}}{2 \times (-8)} = \frac{10 + \sqrt{4}}{-16} \\ = \frac{10 + 2}{-16} \\ = \frac{12}{-16} \\ = \frac{-3 \times (-4)}{4 \times (-4)} \\ = \frac{-3}{4} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-(-10) - \sqrt{4}}{2 \times (-8)} = \frac{10 - \sqrt{4}}{-16} \\ = \frac{10 - 2}{-16} \\ = \frac{8}{-16} \\ = \frac{-1 \times (-8)}{2 \times (-8)} \\ = \frac{-1}{2} \end{array}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-3}{4}$ et $x_2 = \frac{-1}{2}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -8 \times \left(x - \left(-\frac{3}{4}\right)\right) \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right) = -8 \times \left(x + \frac{3}{4}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = -8(x + 2) \left(x + \frac{3}{4}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

►1. Soit $E = x^3 + 2x^2 - 48x$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x + 8$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +2x^2 & -48x & +0 & x+8 \\ -(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2 - 6x \\ \hline +0x^3 & -6x^2 & -48x & & \\ & -(-6x^2 & -48x) & & \\ & \hline & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 2x^2 - 48x = (x^2 - 6x) \times (x + 8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 6x$

Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-6) - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{6 - \sqrt{36}}{2} & \frac{-(-6) + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{6 + \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{6 - 6}{2} & &= \frac{6 + 6}{2} \\ &= \frac{0}{2} & &= \frac{12}{2} \\ &= 0 & &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 6$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 0)(x - 6)$$

On en conclue donc que $E = (x + 8)(x - 0)(x - 6)$

►2. Soit $F = -7x^3 - 17x^2 - 2x + 8$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{r|l} -7x^3 & -17x^2 & -2x & +8 & x+1 \\ -(-7x^3 & -7x^2) & & & -7x^2 - 10x + 8 \\ \hline +0x^3 & -10x^2 & -2x & & \\ & -(-10x^2 & -10x) & & \\ & \hline & +0x^2 & +8x & +8 & \\ & & -(+8x+8) & & \\ & & \hline & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-7x^3 - 17x^2 - 2x + 8 = (-7x^2 - 10x + 8) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -7x^2 - 10x + 8$

Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times (-7) \times 8 = 324$ et $\sqrt{324} = 18$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-10) + \sqrt{324}}{2 \times (-7)} &= \frac{10 + \sqrt{324}}{-14} & \frac{-(-10) - \sqrt{324}}{2 \times (-7)} &= \frac{10 - \sqrt{324}}{-14} \\ &= \frac{10 + 18}{-14} & &= \frac{10 - 18}{-14} \\ &= \frac{28}{-14} & &= \frac{-8}{-14} \\ &= -2 & &= \frac{4 \times (-2)}{7 \times (-2)} \\ & & &= \frac{4}{7} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{4}{7}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -7 \times (x - (-2)) \left(x - \frac{4}{7}\right) = -7 \times (x + 2) \left(x - \frac{4}{7}\right)$$

On en conclue donc que $F = -7(x + 1)(x + 2) \left(x - \frac{4}{7}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►1. Soit $E = x^3 + 4x^2 - 21x$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +4x^2 & -21x & +0 & | & x+7 \\ -(+1x^3 & +7x^2) & & & & | & x^2-3x \\ \hline +0x^3 & -3x^2 & -21x & & & & \\ & -(-3x^2-21x) & & & & & \\ \hline & +0 & & & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 4x^2 - 21x = (x^2 - 3x) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 3x$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-(-3) - \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{3 - \sqrt{9}}{2} \\ \quad = \frac{3 - 3}{2} \\ \quad = \frac{0}{2} \\ \quad = 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-(-3) + \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{3 + \sqrt{9}}{2} \\ \quad = \frac{3 + 3}{2} \\ \quad = \frac{6}{2} \\ \quad = 3 \end{array}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 3$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 0)(x - 3)$$

On en conclue donc que $E = (x + 7)(x - 0)(x - 3)$

►2. Soit $F = -12x^3 - 17x^2 - 5x$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x(-12x^2 - 17x - 5)$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -12x^2 - 17x - 5$

Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times (-12) \times (-5) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-(-17) + \sqrt{49}}{2 \times (-12)} = \frac{17 + \sqrt{49}}{-24} \\ \quad = \frac{17 + 7}{-24} \\ \quad = \frac{24}{-24} \\ \quad = -1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-(-17) - \sqrt{49}}{2 \times (-12)} = \frac{17 - \sqrt{49}}{-24} \\ \quad = \frac{17 - 7}{-24} \\ \quad = \frac{10}{-24} \\ \quad = \frac{-5 \times (-2)}{12 \times (-2)} \\ \quad = \frac{-5}{12} \end{array}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{-5}{12}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -12 \times (x - (-1)) \left(x - \left(-\frac{5}{12} \right) \right) = -12 \times (x + 1) \left(x + \frac{5}{12} \right)$$

On en conclue donc que $F = -12x(x + 1) \left(x + \frac{5}{12} \right)$

Corrigé de l'exercice 5

►1. Soit $E = x^3 - 4x^2 + 3x$

a) On remarque que E peut se factoriser par x et $E = x(x^2 - 4x + 3)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 4x + 3$

Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-4) - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{4 - \sqrt{4}}{2} & \frac{-(-4) + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{4 + \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{4 - 2}{2} & &= \frac{4 + 2}{2} \\ &= \frac{2}{2} & &= \frac{6}{2} \\ &= 1 & &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 1)(x - 3)$$

On en conclue donc que $E = x(x - 1)(x - 3)$

►2. Soit $F = 96x^3 - 76x^2 - 41x + 21$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{r|l} +96x^3 & -76x^2 & -41x & +21 & | & x - 1 \\ -(+96x^3 - 96x^2) & & & & | & 96x^2 + 20x - 21 \\ \hline +0x^3 & +20x^2 & -41x & & | & \\ & -(+20x^2 - 20x) & & & | & \\ \hline & +0x^2 & -21x & +21 & | & \\ & & -(-21x + 21) & & | & \\ \hline & & +0 & & | & \end{array}$$

On a

$$96x^3 - 76x^2 - 41x + 21 = (96x^2 + 20x - 21) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 96x^2 + 20x - 21$

Je calcule $\Delta = 20^2 - 4 \times 96 \times (-21) = 8464$ et $\sqrt{8464} = 92$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-20 - \sqrt{8464}}{2 \times 96} &= \frac{-20 - \sqrt{8464}}{192} & \frac{-20 + \sqrt{8464}}{2 \times 96} &= \frac{-20 + \sqrt{8464}}{192} \\ &= \frac{-20 - 92}{192} & &= \frac{-20 + 92}{192} \\ &= \frac{-112}{192} & &= \frac{72}{192} \\ &= \frac{-7 \times 16}{12 \times 16} & &= \frac{3 \times 24}{8 \times 24} \\ &= \frac{-7}{12} & &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-7}{12}$ et $x_2 = \frac{3}{8}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 96 \times \left(x - \left(-\frac{7}{12}\right)\right) \left(x - \frac{3}{8}\right) = 96 \times \left(x + \frac{7}{12}\right) \left(x - \frac{3}{8}\right)$$

On en conclue donc que $F = 96(x - 1) \left(x + \frac{7}{12}\right) \left(x - \frac{3}{8}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Soit $E = x^3 - 11x^2 + 32x - 28$)

a) Comme $E(2) = 0$, on peut diviser E par $x - 2$

$$\begin{array}{r|l}
 +1x^3 & -11x^2 & +32x & -28 & | & x-2 \\
 -(+1x^3 & -2x^2) & & & & | & x^2-9x+14 \\
 \hline
 +0x^3 & -9x^2 & +32x & & & & \\
 & -(-9x^2 & +18x) & & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & +14x & -28 & & & \\
 & & -(+14x-28) & & & & \\
 \hline
 & & & +0 & & &
 \end{array}$$

On a

$$x^3 - 11x^2 + 32x - 28 = (x^2 - 9x + 14) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 9x + 14$

Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 1 \times 14 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-(-9) - \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{9 - \sqrt{25}}{2} \\
 = \frac{9 - 5}{2} \\
 = \frac{4}{2} \\
 = 2 \\
 \\
 \frac{-(-9) + \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{9 + \sqrt{25}}{2} \\
 = \frac{9 + 5}{2} \\
 = \frac{14}{2} \\
 = 7
 \end{array}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 7$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 2)(x - 7)$$

On en conclue donc que $E = (x - 2)(x - 2)(x - 7)$

►2. Soit $F = -18x^3 - 39x^2 + 7x$)

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x(-18x^2 - 39x + 7)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -18x^2 - 39x + 7$

Je calcule $\Delta = (-39)^2 - 4 \times (-18) \times 7 = 2025$ et $\sqrt{2025} = 45$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-(-39) + \sqrt{2025}}{2 \times (-18)} = \frac{39 + \sqrt{2025}}{-36} \\
 = \frac{39 + 45}{-36} \\
 = \frac{84}{-36} \\
 = \frac{-7 \times (-12)}{3 \times (-12)} \\
 = \frac{-7}{3} \\
 \\
 \frac{-(-39) - \sqrt{2025}}{2 \times (-18)} = \frac{39 - \sqrt{2025}}{-36} \\
 = \frac{39 - 45}{-36} \\
 = \frac{-6}{-36} \\
 = \frac{1 \times (-6)}{6 \times (-6)} \\
 = \frac{1}{6}
 \end{array}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-7}{3}$ et $x_2 = \frac{1}{6}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -18 \times \left(x - \left(-\frac{7}{3}\right)\right) \left(x - \frac{1}{6}\right) = -18 \times \left(x + \frac{7}{3}\right) \left(x - \frac{1}{6}\right)$$

On en conclue donc que $F = -18x \left(x + \frac{7}{3}\right) \left(x - \frac{1}{6}\right)$