

Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 - 2x^2 - 36x + 72$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$\begin{array}{r|l}
 +1x^3 & -2x^2 & -36x & +72 & x+6 \\
 -(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2-8x+12 \\
 \hline
 +0x^3 & -8x^2 & -36x & & \\
 & -(-8x^2 & -48x) & & \\
 \hline
 & +0x^2 & +12x & +72 & \\
 & & -(+12x+72) & & \\
 \hline
 & & & +0 &
 \end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 36x + 72 = (x^2 - 8x + 12) \times (x + 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 8x + 12$

Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-(-8) - \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{8 - \sqrt{16}}{2} \\
 = \frac{8 - 4}{2} \\
 = \frac{4}{2} \\
 = 2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \frac{-(-8) + \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{8 + \sqrt{16}}{2} \\
 = \frac{8 + 4}{2} \\
 = \frac{12}{2} \\
 = 6
 \end{array}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 6$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 2)(x - 6)$$

On en conclue donc que $E = (x + 6)(x - 2)(x - 6)$

►2. Soit $F = -15x^3 - 67x^2 - 94x - 40$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l}
 -15x^3 & -67x^2 & -94x & -40 & x+2 \\
 -(-15x^3 & -30x^2) & & & -15x^2-37x-20 \\
 \hline
 +0x^3 & -37x^2 & -94x & & \\
 & -(-37x^2 & -74x) & & \\
 \hline
 & +0x^2 & -20x & -40 & \\
 & & -(-20x-40) & & \\
 \hline
 & & & +0 &
 \end{array}$$

On a

$$-15x^3 - 67x^2 - 94x - 40 = (-15x^2 - 37x - 20) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -15x^2 - 37x - 20$

Je calcule $\Delta = (-37)^2 - 4 \times (-15) \times (-20) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-37) + \sqrt{169}}{2 \times (-15)} &= \frac{37 + \sqrt{169}}{-30} & \frac{-(-37) - \sqrt{169}}{2 \times (-15)} &= \frac{37 - \sqrt{169}}{-30} \\ &= \frac{37 + 13}{-30} & &= \frac{37 - 13}{-30} \\ &= \frac{50}{-30} & &= \frac{24}{-30} \\ &= \frac{-5 \times (-10)}{3 \times (-10)} & &= \frac{-4 \times (-6)}{5 \times (-6)} \\ &= \frac{-5}{3} & &= \frac{-4}{5} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{3}$ et $x_2 = \frac{-4}{5}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -15 \times \left(x - \left(-\frac{5}{3}\right)\right) \left(x - \left(-\frac{4}{5}\right)\right) = -15 \times \left(x + \frac{5}{3}\right) \left(x + \frac{4}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -15(x + 2) \left(x + \frac{5}{3}\right) \left(x + \frac{4}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

►1. Soit $E = x^3 + 20x^2 + 100x$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +20x^2 & +100x & +0 & x+10 \\ -(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2+10x \\ \hline +0x^3 & +10x^2 & +100x & & \\ & -(+10x^2 & +100x) & & \\ \hline & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 20x^2 + 100x = (x^2 + 10x) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + 10x$

Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 0 = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-10 - \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{-10 - \sqrt{100}}{2} & \frac{-10 + \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{-10 + \sqrt{100}}{2} \\ &= \frac{-10 - 10}{2} & &= \frac{-10 + 10}{2} \\ &= \frac{-20}{2} & &= \frac{0}{2} \\ &= -10 & &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -10$ et $x_2 = 0$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-10))(x - 0) = (x + 10)(x)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)(x + 10)(x)$

►2. Soit $F = -5x^3 - 14x^2 + x + 18$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{r|l}
 -5x^3 & -14x^2 & +1x & +18 & | & x-1 \\
 -(-5x^3 & +5x^2) & & & | & -5x^2-19x-18 \\
 \hline
 +0x^3 & -19x^2 & +1x & & & \\
 & -(-19x^2 & +19x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & -18x & +18 & & \\
 & & -(-18x+18) & & & \\
 \hline
 & & +0 & & &
 \end{array}$$

On a

$$-5x^3 - 14x^2 + x + 18 = (-5x^2 - 19x - 18) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -5x^2 - 19x - 18$

Je calcule $\Delta = (-19)^2 - 4 \times (-5) \times (-18) = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-(-19) + \sqrt{1}}{2 \times (-5)} = \frac{19 + \sqrt{1}}{-10} \\
 = \frac{19 + 1}{-10} \\
 = \frac{20}{-10} \\
 = -2 \\
 \\
 \frac{-(-19) - \sqrt{1}}{2 \times (-5)} = \frac{19 - \sqrt{1}}{-10} \\
 = \frac{19 - 1}{-10} \\
 = \frac{18}{-10} \\
 = \frac{-9 \times (-2)}{5 \times (-2)} \\
 = \frac{-9}{5}
 \end{array}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{-9}{5}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -5 \times (x - (-2)) \left(x - \left(-\frac{9}{5} \right) \right) = -5 \times (x + 2) \left(x + \frac{9}{5} \right)$$

On en conclue donc que $F = -5(x - 1)(x + 2) \left(x + \frac{9}{5} \right)$

Corrigé de l'exercice 3

►1. Soit $E = x^3 - 3x^2 - 64x + 192$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x + 8$

$$\begin{array}{r|l}
 +1x^3 & -3x^2 & -64x & +192 & | & x+8 \\
 -(+1x^3 & +8x^2) & & & | & x^2-11x+24 \\
 \hline
 +0x^3 & -11x^2 & -64x & & & \\
 & -(-11x^2 & -88x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & +24x & +192 & & \\
 & & -(+24x+192) & & & \\
 \hline
 & & +0 & & &
 \end{array}$$

On a

$$x^3 - 3x^2 - 64x + 192 = (x^2 - 11x + 24) \times (x + 8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 11x + 24$

Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-11) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{11 - \sqrt{25}}{2} & \frac{-(-11) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{11 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{11 - 5}{2} & &= \frac{11 + 5}{2} \\ &= \frac{6}{2} & &= \frac{16}{2} \\ &= 3 & &= 8 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 8$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 3)(x - 8)$$

On en conclue donc que $E = (x + 8)(x - 3)(x - 8)$

►2. Soit $F = -5x^3 - 9x^2 - 3x + 1$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{r|l} -5x^3 & -9x^2 & -3x & +1 & x+1 \\ -(-5x^3 - 5x^2) & & & & -5x^2 - 4x + 1 \\ \hline +0x^3 & -4x^2 & -3x & & \\ -(-4x^2 - 4x) & & & & \\ \hline +0x^2 & +1x & +1 & & \\ -(+1x+1) & & & & \\ \hline +0 & & & & \end{array}$$

On a

$$-5x^3 - 9x^2 - 3x + 1 = (-5x^2 - 4x + 1) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -5x^2 - 4x + 1$

Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-5) \times 1 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-4) + \sqrt{36}}{2 \times (-5)} &= \frac{4 + \sqrt{36}}{-10} & \frac{-(-4) - \sqrt{36}}{2 \times (-5)} &= \frac{4 - \sqrt{36}}{-10} \\ &= \frac{4 + 6}{-10} & &= \frac{4 - 6}{-10} \\ &= \frac{10}{-10} & &= \frac{-2}{-10} \\ &= -1 & &= \frac{1 \times (-2)}{5 \times (-2)} \\ & & &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{1}{5}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -5 \times (x - (-1)) \left(x - \frac{1}{5}\right) = -5 \times (x + 1) \left(x - \frac{1}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -5(x + 1)(x + 1) \left(x - \frac{1}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►1. Soit $E = x^3 + 13x^2 + 32x + 20$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +13x^2 & +32x & +20 & | & x + 10 \\ -(+1x^3 & +10x^2) & & & | & x^2 + 3x + 2 \\ \hline +0x^3 & +3x^2 & +32x & & & \\ & -(+3x^2 & +30x) & & & \\ \hline & +0x^2 & +2x & +20 & & \\ & & -(+2x & +20) & & \\ \hline & & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 13x^2 + 32x + 20 = (x^2 + 3x + 2) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 3x + 2$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \times 1} = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2} \\ = \frac{-3 - 1}{2} \\ = \frac{-4}{2} \\ = -2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-3 + \sqrt{1}}{2 \times 1} = \frac{-3 + \sqrt{1}}{2} \\ = \frac{-3 + 1}{2} \\ = \frac{-2}{2} \\ = -1 \end{array}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-2))(x - (-1)) = (x + 2)(x + 1)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)(x + 2)(x + 1)$

►2. Soit $F = 20x^3 - 24x^2 + 7x$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x(20x^2 - 24x + 7)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 20x^2 - 24x + 7$

Je calcule $\Delta = (-24)^2 - 4 \times 20 \times 7 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l} \frac{-(-24) - \sqrt{16}}{2 \times 20} = \frac{24 - \sqrt{16}}{40} \\ = \frac{24 - 4}{40} \\ = \frac{20}{40} \\ = \frac{1 \times 20}{2 \times 20} \\ = \frac{1}{2} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-(-24) + \sqrt{16}}{2 \times 20} = \frac{24 + \sqrt{16}}{40} \\ = \frac{24 + 4}{40} \\ = \frac{28}{40} \\ = \frac{7 \times 4}{10 \times 4} \\ = \frac{7}{10} \end{array}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{7}{10}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 20 \times \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{7}{10}\right)$$

On en conclue donc que $F = 20x \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{7}{10}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►1. Soit $E = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

a) Comme $E(-1) = 0$, on peut diviser E par $x + 1$

$$\begin{array}{r|l}
 +1x^3 & -6x^2 & +3x & +10 & | & x+1 \\
 -(+1x^3 & +1x^2) & & & | & 9x^2 - 7x + 10 \\
 \hline
 +0x^3 & -7x^2 & +3x & & & \\
 & -(-7x^2 & -7x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & +10x & +10 & & \\
 & & -(+10x+10) & & & \\
 \hline
 & & +0 & & &
 \end{array}$$

On a

$$x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = (x^2 - 7x + 10) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 7x + 10$

Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{array}{l}
 \frac{-(-7) - \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{7 - \sqrt{9}}{2} \\
 = \frac{7 - 3}{2} \\
 = \frac{4}{2} \\
 = 2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \frac{-(-7) + \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{7 + \sqrt{9}}{2} \\
 = \frac{7 + 3}{2} \\
 = \frac{10}{2} \\
 = 5
 \end{array}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 5$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 2)(x - 5)$$

On en conclue donc que $E = (x + 1)(x - 2)(x - 5)$

►2. Soit $F = 9x^3 - 14x^2 - 35x - 12$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{r|l}
 +9x^3 & -14x^2 & -35x & -12 & | & x+1 \\
 -(+9x^3 & +9x^2) & & & | & 9x^2 - 23x - 12 \\
 \hline
 +0x^3 & -23x^2 & -35x & & & \\
 & -(-23x^2 & -23x) & & & \\
 \hline
 & +0x^2 & -12x & -12 & & \\
 & & -(-12x-12) & & & \\
 \hline
 & & +0 & & &
 \end{array}$$

On a

$$9x^3 - 14x^2 - 35x - 12 = (9x^2 - 23x - 12) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 9x^2 - 23x - 12$

Je calcule $\Delta = (-23)^2 - 4 \times 9 \times (-12) = 961$ et $\sqrt{961} = 31$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-23) - \sqrt{961}}{2 \times 9} &= \frac{23 - \sqrt{961}}{18} & \frac{-(-23) + \sqrt{961}}{2 \times 9} &= \frac{23 + \sqrt{961}}{18} \\ &= \frac{23 - 31}{18} & &= \frac{23 + 31}{18} \\ &= \frac{-8}{18} & &= \frac{54}{18} \\ &= \frac{-4 \times 2}{9 \times 2} & &= 3 \\ &= \frac{-4}{9} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-4}{9}$ et $x_2 = 3$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 9 \times \left(x - \left(-\frac{4}{9}\right)\right) (x - 3) = 9 \times \left(x + \frac{4}{9}\right) (x - 3)$$

On en conclue donc que $F = 9(x + 1) \left(x + \frac{4}{9}\right) (x - 3)$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Soit $E = x^3 + 3x^2 - 24x + 28$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{r|l} +1x^3 & +3x^2 & -24x & +28 & | & x + 7 \\ -(+1x^3 & +7x^2) & & & & \hline +0x^3 & -4x^2 & -24x & & & x^2 - 4x + 4 \\ & -(-4x^2 & -28x) & & & \\ & +0x^2 & +4x & +28 & & \\ & & -(+4x & +28) & & \\ & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 3x^2 - 24x + 28 = (x^2 - 4x + 4) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 4x + 4$

Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $E_2(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-(-4)}{2 \times 1} = 2$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 2)^2$$

On en conclue donc que $E = (x + 7) \times (x - 2)^2$

►2. Soit $F = -72x^3 - 103x^2 + 78x - 8$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l} -72x^3 & -103x^2 & +78x & -8 & | & x + 2 \\ -(-72x^3 & -144x^2) & & & & \hline +0x^3 & +41x^2 & +78x & & & -72x^2 + 41x - 4 \\ & -(+41x^2 & +82x) & & & \\ & +0x^2 & -4x & -8 & & \\ & & -(-4x & -8) & & \\ & & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$-72x^3 - 103x^2 + 78x - 8 = (-72x^2 + 41x - 4) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -72x^2 + 41x - 4$

Je calcule $\Delta = 41^2 - 4 \times (-72) \times (-4) = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-41 + \sqrt{529}}{2 \times (-72)} &= \frac{-41 + \sqrt{529}}{-144} & \frac{-41 - \sqrt{529}}{2 \times (-72)} &= \frac{-41 - \sqrt{529}}{-144} \\ &= \frac{-41 + 23}{-144} & &= \frac{-41 - 23}{-144} \\ &= \frac{-18}{-144} & &= \frac{-64}{-144} \\ &= \frac{1 \times (-18)}{8 \times (-18)} & &= \frac{4 \times (-16)}{9 \times (-16)} \\ &= \frac{1}{8} & &= \frac{4}{9} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{8}$ et $x_2 = \frac{4}{9}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -72 \times \left(x - \frac{1}{8}\right) \left(x - \frac{4}{9}\right)$$

On en conclue donc que $F = -72(x + 2) \left(x - \frac{1}{8}\right) \left(x - \frac{4}{9}\right)$