Corrigé de l'exercice 1

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \frac{-5}{3} \div \left(\frac{-5}{12} + \frac{-8}{5}\right)$

$A = \frac{-5}{3} \div \left(\frac{-5_{\times 5}}{12_{\times 5}} + \frac{-8_{\times 12}}{5_{\times 12}}\right)$

$A = \frac{-5}{3} \div \left(\frac{-25}{60} + \frac{-96}{60}\right)$

$A = \frac{-5}{3} \div \frac{-121}{60}$

$A = \frac{-5}{3} \times \frac{-60}{121}$

$A = \frac{-5}{-1 \times \cancel{3}} \times \frac{20 \times \cancel{3}}{121}$

$\boxed{A = \frac{100}{121}}$

$B = \dfrac{\frac{7}{2} - 10}{\frac{-4}{5} - 10}$

$B = \dfrac{\frac{7}{2} - \frac{10_{\times 2}}{1_{\times 2}}}{\frac{-4}{5} - \frac{10_{\times 5}}{1_{\times 5}}}$

$B = \dfrac{\frac{7}{2} - \frac{20}{2}}{\frac{-4}{5} - \frac{50}{5}}$

$B = \frac{-13}{2} \div \frac{-54}{5}$

$B = \frac{-13}{2} \times \frac{-5}{54}$

$B = \frac{-13}{-2 \times \cancel{1}} \times \frac{5 \times \cancel{1}}{54}$

$\boxed{B = \frac{65}{108}}$

$C = \frac{-5}{3} + \frac{-5}{21} \div \frac{-20}{3}$

$C = \frac{-5}{3} + \frac{-5}{21} \times \frac{-3}{20}$

$C = \frac{-5}{3} + \frac{-1 \times \cancel{5}}{-7 \times \cancel{3}} \times \frac{1 \times \cancel{3}}{4 \times \cancel{5}}$

$C = \frac{-5}{3} + \frac{1}{28}$

$C = \frac{-5_{\times 28}}{3_{\times 28}} + \frac{1_{\times 3}}{28_{\times 3}}$

$C = \frac{-140}{84} + \frac{3}{84}$

$\boxed{C = \frac{-137}{84}}$

Corrigé de l'exercice 2

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \frac{21 \times 10^{10} \times 200 \times 10^{-3}}{240 \times \left(10^{8}\right)^{4}}$

$A = \frac{21 \times 200}{240} \times \frac{10^{10+(-3)}}{10^{8\times 4}}$

$A = 17{,}5 \times 10^{7-32}$

$A = 1{,}75 \times 10^{1} \times 10^{-25}$

$\boxed{A = 1{,}75 \times 10^{-24}}$

$B = \frac{2 \times 10^{8} \times 210 \times 10^{6}}{12 \times \left(10^{-5}\right)^{2}}$

$B = \frac{2 \times 210}{12} \times \frac{10^{8+6}}{10^{-5\times 2}}$

$B = 35 \times 10^{14-(-10)}$

$B = 3{,}5 \times 10^{1} \times 10^{24}$

$\boxed{B = 3{,}5 \times 10^{25}}$

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Les nombres 124 317 et 39 843 sont-ils premiers entre eux ?

La somme des chiffres de 124 317 et celle de 39 843 sont divisibles par neuf donc ils sont divisibles par 9.

124 317 et 39 843 ne sont donc pas premiers entre eux

►**2.** Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 124 317 et 39 843.

On calcule le PGCD des nombres 124 317 et 39 843 en utilisant l'algorithme d'Euclide.

$124\ 317 = 39\ 843 \times 3 + 4\ 788$

$39\ 843 = 4\ 788 \times 8 + 1\ 539$

$4\ 788 = 1\ 539 \times 3 + 171$

$1\ 539 = 171 \times 9 + 0$

$\boxed{\text{Donc le PGCD de } 124\ 317 \text{ et } 39\ 843 \text{ est } 171}$.

▶**3.** Simplifier la fraction $\dfrac{124\ 317}{39\ 843}$ pour la rendre irréductible en indiquant la méthode.

$$\frac{124\ 317}{39\ 843} = \frac{124\ 317 \div 171}{39\ 843 \div 171}$$
$$= \boxed{\frac{727}{233}}$$

Corrigé de l'exercice 4

On donne $A = (-6\,x - 3) - (-7\,x + 4)\,(-6\,x - 3)$.

▶**1.** Développer et réduire A.

$$A = -6\,x - 3 - (-7\,x + 4)\,(-6\,x - 3)$$
$$A = -6\,x - 3 - \left(42\,x^2 + 21\,x + (-24\,x) + (-12)\right)$$
$$A = -6\,x - 3 - (42\,x^2 - 3\,x - 12)$$
$$A = -6\,x - 3 - 42\,x^2 + 3\,x + 12$$
$$\boxed{A = -42\,x^2 - 3\,x + 9}$$

▶**2.** Factoriser A.

$$A = (-6\,x - 3) - (-7\,x + 4)\,(-6\,x - 3)$$
$$A = (-6\,x - 3) \times 1 - (-7\,x + 4)\,(-6\,x - 3)$$
$$A = (-6\,x - 3)\,\big(1 - (-7\,x + 4)\big)$$
$$A = (-6\,x - 3)\,(1 + 7\,x - 4)$$
$$\boxed{A = (-6\,x - 3)\,(7\,x - 3)}$$

▶**3.** Calculer A pour $x = 0$.
Nous savons que $A = -42\,x^2 - 3\,x + 9$. Donc pour $x = 0$:

$$A = -42\ \times 0^2 - 3\ \times 0 + 9$$
$$\boxed{A = 9}$$
$$\boxed{A =}$$
$$\boxed{A =}$$

▶**4.** Résoudre l'équation $A = 0$.
Nous savons que $A = (-6\,x - 3)\,(7\,x - 3)$. Nous devons donc résoudre $(-6\,x - 3)\,(7\,x - 3) = 0$.
Un produit de facteurs est nul signifie qu'un des facteurs est nul. Donc :

$-6\,x - 3 = 0$ ou $7\,x - 3 = 0$

$-6\,x = 3$ ou $7\,x = 3$

$x = \dfrac{-3}{6}$ ou $x = \dfrac{3}{7}$

$$\boxed{\text{Les solutions de cette équation sont } \dfrac{-1}{2} \text{ et } \dfrac{3}{7}.}$$

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = -4\sqrt{32} - 2\sqrt{8} + 5\sqrt{18}$

$A = -4\sqrt{16} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{4} \times \sqrt{2} + 5\sqrt{9} \times \sqrt{2}$

$A = -4 \times 4 \times \sqrt{2} - 2 \times 2 \times \sqrt{2} + 5 \times 3 \times \sqrt{2}$

$A = -16\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 15\sqrt{2}$

$\boxed{A = -5\sqrt{2}}$

$B = \sqrt{40} \times \sqrt{90} \times \sqrt{160}$

$B = \sqrt{4} \times \sqrt{10} \times \sqrt{9} \times \sqrt{10} \times \sqrt{16} \times \sqrt{10}$

$B = 2 \times \sqrt{10} \times 3 \times \sqrt{10} \times 4 \times \sqrt{10}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{10}\right)^2 \times \sqrt{10}$

$B = 24 \times 10 \times \sqrt{10}$

$\boxed{B = 240\sqrt{10}}$

▶**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(4\sqrt{5} + 2\sqrt{6}\right)^2$

$C = \left(4\sqrt{5}\right)^2 + 2 \times 4\sqrt{5} \times 2\sqrt{6} + \left(2\sqrt{6}\right)^2$

$C = 16 \times 5 + 16\sqrt{30} + 4 \times 6$

$\boxed{C = 104 + 16\sqrt{30}}$

$D = \left(4\sqrt{3} + 3\sqrt{5}\right)^2$

$D = \left(4\sqrt{3}\right)^2 + 2 \times 4\sqrt{3} \times 3\sqrt{5} + \left(3\sqrt{5}\right)^2$

$D = 16 \times 3 + 24\sqrt{15} + 9 \times 5$

$\boxed{D = 93 + 24\sqrt{15}}$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(2 + 4\sqrt{3}\right)\left(2 - 4\sqrt{3}\right)$

$E = 2^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2$

$E = 4 - 16 \times 3$

$\boxed{E = -44}$

$F = \dfrac{27\sqrt{8}}{6\sqrt{18}}$

$F = \dfrac{27 \times \sqrt{4} \times \cancel{\sqrt{2}}}{6 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{2}}}$

$F = \dfrac{27 \times 2}{6 \times 3}$

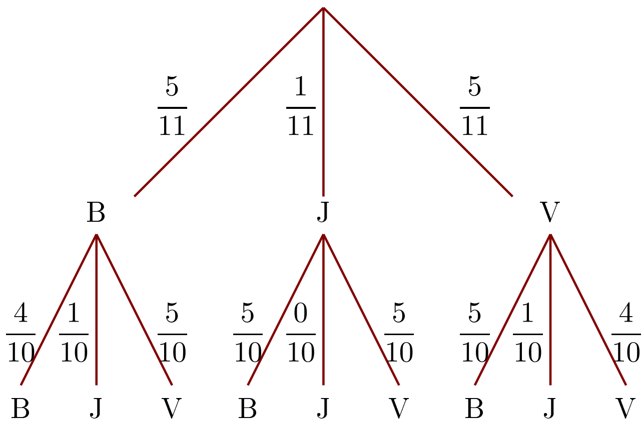
$\boxed{F = 3}$

Corrigé de l'exercice 6

Dans une urne, il y a 5 boules bleues (B), 1 boule jaune (J) et 5 boules vertes (V), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules.

►**1.** Quelle est la probabilité de tirer une boule jaune au premier tirage ?
Il y a 11 boules dans l'urne dont 1 boule jaune.
La probabilité de tirer une boule jaune au premier tirage est donc $\dfrac{1}{11}$.

►**2.** Construire un arbre des probabilités décrivant l'expérience aléatoire.



►**3.** Quelle est la probabilité que la première boule soit verte et la deuxième soit jaune ?
On utilise l'arbre construit précédemment.
$p(V,J) = \dfrac{5}{11} \times \dfrac{1}{10} = \dfrac{5}{110}$
La probabilité que la première boule soit verte et la deuxième soit jaune est égale à $\dfrac{5}{110}$.

►**4.** Quelle est la probabilité que la deuxième boule soit bleue ?
On note (?, B) l'évènement : la deuxième boule tirée est bleue.
$p(?,B) = p(B,B) + p(J,B) + p(V,B,) = \dfrac{5}{11} \times \dfrac{4}{10} + \dfrac{1}{11} \times \dfrac{5}{10} + \dfrac{5}{11} \times \dfrac{5}{10} = \dfrac{50}{110}$