

Durée : 2 heures

## Corrigé du brevet des collèges Amérique du Nord 7 juin 2013

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

### EXERCICE 1

4 points

- La somme des probabilités est égale à 1 : la probabilité manquante est donc  $1 - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \left(\frac{1}{9} + \frac{3}{9}\right) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ . Réponse **c**.
- S'il y a  $t$  tables à trois pieds et 34 tables à quatre pieds, on a :  
 $3t + 4 \times 34 = 169$  soit  $3t + 136 = 169$  ou encore  $3t = 33$  et enfin  $t = 11$ . Réponse **b**.
- La partie visible représente 10 %, soit 35 m, donc l'iceberg mesure 350 m. Réponse **a**.
- Réponse **b**.

### EXERCICE 2

4 points

S'il a  $c$  billets de cinq €, il a  $21 - c$  billets de 10 €.

Il a donc :

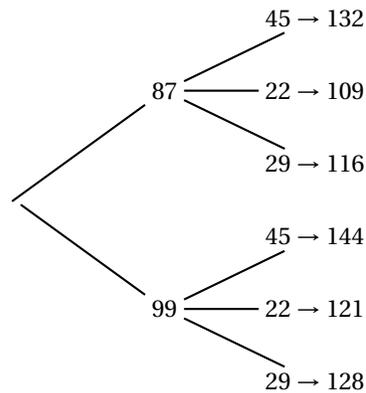
$$5c + 10(21 - c) = 125 \text{ (€)} \text{ soit } 5c + 210 - 10c = 125 \text{ et } 5c = 85.$$

Finalement  $c = 17$ ; Arthur a  $21 - 17 = 4$  billets de 10 € et 17 billets de 5 €.

### EXERCICE 3

6 points

1.



Sur les six possibilités quatre reviennent à moins de 130 €. La probabilité est donc égale à :  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

2. Prix avant réduction :  $99 + 45 = 144$  €

a. Avoir 20 % de réduction c'est payer 80 % du prix initial soit :

$$0,80 \times 144 = 115,20 \text{ €}.$$

b. Avec cette réduction le prix passe en dessous de 130 €; la probabilité est donc maintenant égale à  $\frac{5}{6}$ .

**EXERCICE 4****5 points**

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

1. On a  $760 = 76 \times 10$  mais 1045 impair ne peut être multiple de 76 qui est pair.  
On ne peut donc répartir ces dragées dans 76 sachets.
2. a. On cherche avec l'algorithme d'Euclide le PGCD à 760 et 1 045 :
 
$$1045 = 760 \times 1 + 285;$$

$$760 = 285 \times 2 + 190;$$

$$285 = 190 \times 1 + 95;$$

$$190 = 95 \times 2 + 0.$$
 On a donc  $\text{PGCD}(760; 1045) = 95$ .

On peut faire au maximum 95 sachets.

- b. On a  $760 = 95 \times 8$  et  $1045 = 95 \times 11$ .

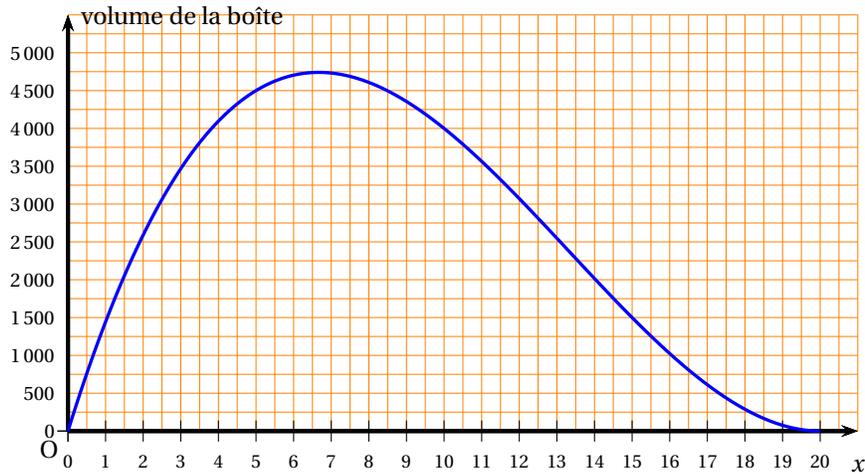
Il y a dans chacun des 95 sachets, 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes.

**EXERCICE 5****4 points**

1.  $3 \times 4 + 0,25 = 12 + 0,25 = 12,25$ .  
Or  $3,5^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{7^2}{2^2} = \frac{49}{4} = \frac{24,5}{2} = 12,25$ . Le calcul est exact.
2. Multiplier 7 par 8 et ajouter 0,25 au produit.  
 $7 \times 8 + 0,25 = 56,25$ .  
 $7,5^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{15^2}{2^2} = \frac{225}{4} = \frac{112,5}{2} = 56,25$ . Exact!
3. Quel que soit le naturel  $n$  :  $(n+0,5)^2 = n^2 + 0,5^2 + 2 \times n \times 0,5 = n^2 + n + 0,25 = n(n+1) + 0,25$ .  
La conjecture de Julie est vraie.

**EXERCICE 6****4 points**

1. On enlève en tout  $2x$  de 40, donc  $0 \leq x \leq 20$ .
2. On a donc un pavé de fond carré de côtés mesurant  $40 - 2 \times 5 = 30$  et de hauteur 5.  
Le volume du pavé est donc égal à  $30 \times 30 \times 5 = 900 \times 5 =$ 
  - a. Le maximum semble atteint pour  $x = 6,5$ .
  - b. La droite d'équation  $y = 2000$  coupe la courbe aux points d'abscisse 1,5 et 14.



**EXERCICE 7**

**5 points**

1. Puisque le polygone est régulier les cinq angles au centre ont la même mesure soit  $\frac{360}{5} = 72^\circ$ .
2. a.  $OA = OB$  montre que le triangle  $OAB$  est isocèle ; la hauteur  $[OM]$  est aussi la médiatrice de  $[AB]$  (le théorème de Pythagore appliqué aux triangles  $OAM$  et  $OBM$  montre que  $MA = MB$ , donc  $M$  et  $O$  sont équidistants de  $A$  et de  $B$ ) et la bissectrice de l'angle  $\widehat{BOA}$ . Donc  $\widehat{AOM} = 36^\circ$ .  
 b. Dans le triangle  $OAM$  rectangle en  $M$ , on a  $\sin \widehat{AOB} = \frac{AM}{AO}$  ; donc  
 $AM = AO \times \sin \widehat{AOB} = 238 \sin 36 \approx 139,89$ , soit au mètre près 140 m..  
 c. Chaque côté mesure donc  $2 \times 140 = 280$  et le périmètre est donc égal à  $5 \times 280 = 1400$  m.

**EXERCICE 8**

**4 points**

1. a. *Méthode 1* : on part de l'aire du rectangle à laquelle on retire l'aire des deux triangles rectangles :  
 $7 \times 3 - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 1\right) - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3\right) = 21 - \frac{3}{2} - \frac{9}{2} = 21 - 6 = 15 \text{ cm}^2$ .  
*Méthode 1* : on utilise la formule de l'aire du trapèze :  
 $\frac{(B + b) \times h}{2} = \frac{(7 + 3) \times 3}{2} = 15 \text{ cm}^2$ .  
 b. Voir ci-dessus.
2. C'est la deuxième expression qui est correcte.  
 Il suffit de tracer une diagonale du trapèze pour retrouver cette formule : l'aire du trapèze est la somme des aires de deux triangles :  $\frac{Bh}{2} + \frac{bh}{2} = \frac{(b + B)h}{2}$ .

